815


V
B J
C

GEOMETRYA

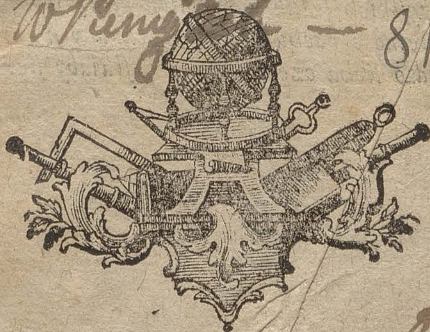
CZYLI

NAUKA O ZIEMIOMIERNICTWIE

Ku snadnieyszemu wyższey Matematyki poznaniu służąca, z przystosowanemi do zażycia oneyże w praktyce sposobami

KROTKO ZEBRANA

Przez X. PATRYCEGO SKARADKIEWICZA *Schol. Piarum* Matematyki y Filozofii Professora.



w WARSZAWIE 1776.

---

w Drukarni J. K. Mci y Rzeczypospolitey u XX. *Scholarum Piarum.*

Si quis ab omnibus artibus ſegregaret numerandi, dimetiendique & ponderandi ſcientiam, vile quiddam eſſet, quod unicuique reſtaret.

Plato in Philæbo.

Od wſzyſtkich ſztuk y rzemioſł odciągnąwſzy umieiętność rachuby, miernictwa y ważenia; bardzo licha część każdey zoſtałaby ſię.

PRZEMOWA
O potrzebie y pożytku Nauk Matematycznych.

CZęść tę Filozofii, ktora o rzeczy naturalnych istocie, własnościach y przedziwnych między niemi widocznie okazuiących się skutkach, szczegulnieyszą podaiąc wiadomość, Fizyki ma imię, chcieć zrozumieć, a do umieiętności oneyże bez początkow Matematyki y iakiegokolwiek nauk Ziemiomierniczych poznania przystępować, iednoż iest, co w ciemnościach bez światła, w ślepocie bez przewodnika, w bardzo mylną zapuszczać się drogę.

Co nie tylko w tych naszych szczęśliwych y lepiey oświeconych prawdzi się czasach, w ktore Filozofia na gruncie nauk Matematycznych zasadzona, y onychże spoiona ogniwem, na wysokiey doskonałości wygurowała stopień, ale w naydawnieyszych nawet, ktore początek y wzrost dały Filozofii wiekach, do rzeczy naturalnych umieiętności bez poznania wprzod, y dobrego nauk Matematycznych przeniknienia, kroku iednego nie czyniono.

Plato zaiste, Pitagoras, y Arystoteles, trzey wielcy Filozofiii Mistrzowie y Poprzedziciele znakomitsi, naukę Matematyki tak dalece do Filozofii bydź potrzebną rozumieli, że pierwszy z nich wystawionym nade drzwiami szkoły swoiey napisem: Nemo Geometriæ expers intrato, *wszystkim ogulnie, ktorzyby wprzod Nauk Matematycznych poznania nie mieli, od szkoły swoiey wstręt zapowiedział. Drugi zaś Matematykę tyle ukochał, y w tak wysokim miał szacunku, że procz wielkiego, ktore z wynalazkow iego wzięła powiększenia, treść*

 pra-

prawie całą Filozoficznych nauk ſwoich taiemnicami iey, ludowi mniey znaiomemi, pokryć uſiłował.

A Aryſtoteles w ſzkole Platona lat 20. pewnie nie bez wielkiego w rzeczach Matematycznych poſtępku ſtrawiwſzy, całą potym Filozofią ſwoią onemi związał y napełnił, iako zbior ich przez Blankana z kſiąg iego wyięty, rzeczywiście tego dowodzi. Epikura zaś y Demokryta ktokolwiek Filozoficzne nauki, złotym przez Lukrecyuſza wierſzem odlane czytał, przyzna niezawodnie, że Matematyka duſzą ie ożywiaiącą, y fundamentalną ich ieſt ſprężyną.

Dopieroż w oſtatnich przed nami wiekach po oſwobodzeniu z opłakaney Arabow y Perypatetykow niewoli, nauk Filozoficznych, ile do ich wzroſtu, y obfitych w każdą profeſſyą ſpołeczeńſtwa ludzkiego z ich poznania wypływaiących pożytkow, wiekopomney godni ſławy Mężowie, Galileuſz, Kartezy, Leibnicy, Newton y rozliczni inni Matematycznemi ſwoiemi dopomogli wynalazkami, każdy niezbicie przekonać ſię może z tey iedney powieści, że od ich czaſow o Filozofii bez Matematyki mowić, toż ſamo ieſt: co z Grekami, lub z Chińczykami przeſtawać, a Greckiego, lub Chińſkiego języka naymnieyſzey nie mieć wiadomości, zgoła: Filozofowie wiekow naſzych ſzczegulny ſwoy do obcowania z ſobą y wcale od wſzyſtkich innych rożny maiąc język, a ten Matematyczny, bez ktorego ani ſię do zrozumienia innych wyexplikować, ani od innych zrozumianemi bydź mogą.

Zkądby zaś nauki Matematyczne początek ſwoy wzięły, tak ieſt niepewna, iak to niezawodna, że w naydawnieyſzey nawet ſtarożytności pierwſza o wynalezieniu ich, nad ktorekolwiek inne umieiętności ieſt wzmianka. Sama właśnie naydawnieyſzych

wiekow

wiekow odległość początek y źrzodło ich w niepamięci zagrzebłszy, doścignąć nam go nie pozwoliła.

Odsyłam ia wraz z innemi oświeconemi Dzieiopisami do liczby baiek powieść ową, iakoby przed potopem ieszcze nauki Matematyczne kwitnąć miały, y że ich skutkiem były dwie kolumny: iedna z kamienia, druga z cegły przez potomkow Adama wystawione, o ktorych Jozef Zydowin świadczy, bo te nie mnieyszey, iak tyle innych od niego napisanych czynow wątpliwości podpadaią.

Jeżeli atoli potrzeba, matką iest wszystkich sztuk y umieiętności, toć iak tylko ludzie graniczyc z sobą, stawiać dla pomieszkania domostwa, machin y instrumentow potrzebom ludzkim użytecznych zażywać, wspolny między sobą handel prowadzić zaczęli, tak zaraz pierwsze nieomylnie Matematyki, bez ktorey to wszystko dziać się nie mogło, powinni byli założyć fundamenta.

A że nadewszystko u Egipcyan dla corocznego na cały ich kray rzeki Nilu rozlania, przez ktore wszystkie grunta ich rozgraniczaiące, miedze y przekopy zamulane bywały, tamy y inne dzielnice znoszone; nowe po ustępuiących rzeki teyże wylewach zawsze sypać kopce, nowe pol czynić rozmiary y ograniczenia potrzeba było, ztąd nie bez wielkiego do prawdy podobieństwa bydź rozumiem to, co wielu Historykow za rzecz niezawodną twierdzi, iż pierwsza tey części Matematyki, ktora rozmiar gruntow y mieysc rożnych ma za cel wynalezienie, Egipcyanom winni iesteśmy.

Strabona zaiste, przed nim ieszcze Herodota, naydawnieyszego z Greckich Historykow na to przypada zdanie, z ktorych pierwszego to wyraźne iest świadectwo: Opus fuit tam diligenti ac subtili lo-

corum

❧ ❦ ❧

corum divisione propter continuas finium confusiones, quas auctus Nilus efficiebat, nunc addendo, nunc adimendo, nunc immutando figuras, & ligna quædam relevando, quibus proprium discernitur ab alieno, unde iterum atque iterum mensurari oportebat. Hinc ab Ægyptiis Geometriam ortum habuisse, putandum est, quemadmodum computandi scientiam & arythmeticam a Phænicibus propter mercaturam. *Herodot zaś, za ktorego zdaie się, że Strabo poszedł powagą, toż samo wybornie w sens następuiący wyraża.* Quodsi cuius portionem Nilus alluvione decurtasset, is adiens Regem, rei, quæ contigerat, certiorem faciebat, Rexque ad prædium inspiciendum mittebat, qui metirentur, quanto minus factum esset? ut ex residuo, pro proportione taxatum vectigal penderetur, atque hinc Geometria orta, mihi videtur in Græciam transcendisse.

Tak Herodotus, a za nim Strabo, tak tylu innych Historykow nie bez fundamentu twierdzą, co tym lepiey ieszcze przyświadczaią owe groby, piramidy y kosztowne obeliski, ktore w pierwszym Egipcie oczy całego świata y podziwienie na siebie obrociły, y o ktorych ktokolwiekby twierdził, że bez wielkiey w Matematyce doskonałości powstały, zawstydziłby nie bez wielkiey dla siebie nierozumu nagany, tylu sławnych w starożytności y w wiekach naszych Matematykow, ktorzy też dzieła naywybornieyszym Matematyki iednostaynie twierdzili, y twierdzą być wizerunkiem.

Jako zaś Filozofowie Greccy po wszystkich wschodnich kraiach za nauką ubiegaiąc się, zdobycz umieiętności z nich zebraną, z sowitym do Grecyi wnosili zyskiem, tak żaden prawie z nich nie był, ktoryby

ryby w przedſięwziętey tym końcem podroży ſwoiey Egipt pominął. Z niego zatym pierwſze do Oyczyzny ſwoiey Matematyki wnieśli wiadomości, ktore tym ſnadniey powiękſzyć y do rozlicznych życia ludzkiego potrzeb przyſtoſować im było, im prawdziwſza ieſt powſzechnie wzięta przypowieść, że do rzeczy raz wynalezionych łatwiey ieſt zawſze coś dodać.

Y tymci to ſpoſobem Matematyka coraz większy w naſtępuiących wiekach wzroſt dla ſiebie biorąc, do tey, w ktorey ią teraz widziemy, przyprowadzona ieſt doſkonałości.

Potrzebę iey, zwłaſzcza do tey części Filozofii zabieraiącym ſię, ktora rzeczy naturalnych, cudowney onychże harmonii, y rownie pięknych iak podziwienia godnych ſkutkow wynikaiących, z ich ſił wſpolnie między ſobą złączonych poznanie daie, doſyć rozumiem na początku zaraz ſamym przełożyłem, do czego przydam ieſzcze y to, iż Matematyka niewypowiedzianie łatwym, iaſnym y przekonywaiącym każdego rozum w ſwoich dowodach ułożona ſpoſobem, niezmiernie umyſł ludzki zaoſtrza, do ſądzenia o każdey rzeczy na dobrych y niezawodnych fundamentach wprawia, a z założonych raz fundamentow czyſte porządnie wyprowadzać konſekwencye przyzwyczaia. Zkąd nie bez przyczyny wielu mądrych ieſt zdanie, że ktokolwiek początkow Matematyki dobrze poznanych nie ma, o żadney rzeczy należycie, gruntownie y w całey iey obſzerności ſądzić, ani mowić potrafi.

Pożytkow zaś z nauk Matematycznych na całe ſpołeczeńſtwo ludzkie ſpływaiących, wybitne bardzo, gdziekolwiek ſię obrociemy, widziem ślady; Struktury wież, zamkow, pałacow, fortec obronnych, prześli-



przesliczne plantowania ogrodow, fontan dziwnie oko kontentuiących wytryſkanie, znoſzenie gor, w nowe obracanie rzek koryta, lub z innemi łączenie wodami, biegu ich przeciwko naturalney na pozor mieyſc ſytuacyi kierowanie, ſypanie tam, grobel ſtawianie, młyny wietrzne y wodne, prochownie, tartaki, foluſze, papiernie, rudnie żelazne, kruſzczowe, ſrebrne y złote; dopieroż w życiu obywatelſkim miarkowanie, lub wynaydywanie granic, ſypanie kopcow, rozmiar gruntow, łąk, pol y laſow, w woyſku zaś ſtawienie obozow, ſypanie ſzancow, odlewanie y rychtowanie dział, attak murow y wałow, bronienie onychże, woyſk ſzykowanie, zwodzenie z placu, poścignienie zmieſzanego nieprzyiaciela, budowanie moſtow, rzucanie pontonow, mieyſc niedoſtępnych przebycia. Wſzyſtkie te ſztuki czyliż nie ſą widocznym nader nauk Matematycznych płodem? y rzeczywiſtym pożytkow na narod ludzki z nich obficie ſpływaiących przeświadczeniem.

Zgoła w potocznych nawet y do ſamey życia potrzeby przyſtoſowanych rzemioſłach, wydział nayznacznieyſzy Matematyce należy ſię w pryncypalnych iey pionu linii y cyrkla inſtrumentach. Dla tego zaś, że w praktyce tylko bez okazania y przeświadczenia rozumu, iż tak bydź powinno, od mniey oświeconych rzemieślnikow zażywana bywa, tym, czym ieſt, być nie przeſtaie, y z użytkiem ſwoim do pierwſzych wſzyſtkich rzemioſł odwołuie ſię wynalazcow.

Ale o potrzebie nauk Ziemiomierniczych naylepiey każdego przeświadczy, y nieſkończone na ſpołeczeńſtwo ludzkie z nich wypływaiące okaże mu pożytki, ſame onychże poznanie, ktorych krotki zbior w tey kſiążce zamknięty, nie tylko do dalſzych utorować drogę, lecz y ſam z ſiebie użytecznym ſtać ſię może.

WSTĘP



WSTĘP DO ZIEMIOMIERNICTWA CZYLI GEOMETRYI.



GEOMETRYA, czyli ZIEMIOMIERNICTWO iest część Matematyki ucząca rozmierzać w zdłuż, w ſzerz y w głąb ziemię, y rzeczy na niey będące.

I. Fundamentem zaś całego Ziemiomiernictwa, y źrzodłem, z ktorego wſzyſtkie Geometryczne płyną Propozycye, ſą: *Definicye*, *Poſtulata*, y *Axyomata*.

Definicya, ieſt mowa wykładaiąca iſtotę rzeczy, lub ſłowa iakiego znaczenie, *np. Troykąt*, czyli *Troywęgiel*, albo *Troygraniec*, ieſt plac trzema liniami obwiedziony y zamknięty.

Postulatum, ieſt to, co łatwo y bez wſzelkiey ſporki uczynić można, przeto od Geometrow tak iakby uczynione było, alleguie ſię *np: Linią pionową* czyli *perpendykularną, na drugiey Linii, w danym na nim punkcie, postawić.*

Axyoma, ieſt zdanie niezawodne, z ſamych terminow iaſne, y oczywiſte. *nprz: Rzecz cała ieſt większa, niżeli iey część.*

II. Propozycye Geometryczne ſą dwoiakie, to ieſt: *Problemata y Theoremata.* Procz tych zaś, ſą ieſzcze w Geometryi zażywane *Lemmata, Corollaria*, y *Scholia.*

Problema, ieſt Propozycya, ktora co do czynienia podaie; *nprz. Czworgraniec podługowaty przerobić w kwadrat*, czyli *Czworgraniec doskonały.*

Theorema, ieſt Propozycya, to w ſobie zamykaiąca, co rozumu tylko ſamego poięciu y uwadze podlega: *np. w każdym Troykącie* czyli *Tryangule węgieł zewnętrzny* (angulus externus) *ieſt rowny dwom węgłom wewnętrznym na przeciw leżym*, (duobus internis oppoſitis.)

Lemma, ieſt Propozycya ſłużąca ſzczegulnie do okazania iakiego *Problematu*, lub *Theorematu.*

Corollarium czyli wnioſek, nazywa ſię to, co z iakiey Propozycyi iuż okazaney, naturalnie wypływa.

Scholium nakoniec, czyli Przypiſek, ieſt uwaga nad iaką propozycyą, albo ią bardziey obiaśniaiąca, albo iey używanie y pożytek obſzerniey wykładaiąca.

III. Znak ten + ieſt znak Addycyi, y znaczy więcey.

Znak — znaczy mniey, y ieſt znak Subtrakcyi.
Znak = ieſt znak Rowności.

IV. Ponieważ zaś *Poſtulata* y *Axyomata* wſzyſtkim Kſięgom naſtępuiącym zarownie ſłużą, z tey przyczyny w ſamych zaraz początkach, kładą ſię tu:

POSTULATA.

1. Z iednego ktoregokolwiek punktu, do punktu drugiego, Linią proſtą poprowadzić.
2. Proſtą Linią ſkończoną, w proſt daley pociągnąć.
3. Z ktoregokolwiek Centru, z iakążkolwiek od tego centru odległością, Cyrkuł czyli koło odryſować.

AXYOMATA.

Czyli Prawdy niezawodne, przez ſię iaſne.

1. Rzecz cała ieſt większa nad ſwoią część, a rowna wſzyſtkim ſwoim częściom wraz wziętym.
2. Dwie rzeczy rownaiące ſię oſobno z trzecią, rowne także ſą y z ſobą. Z kąd idzie: że rzecz ta, ktora od iedney z dwoch ſobie rownych ieſt większa, lub mnieyſza; od drugiey takze większa, lub mnieyſza bydź muſi.
3. Jeżeli do rownych ſobie rzeczy dodaſz rowne, te tak powiększone rowne ſobie będą.
4. Jeżeli od rownych ſobie rzeczy uymieſz po części rowney, reſzty z nich pozoſtałe, będą rowne ſobie.

5. Jeżeli do nierownych rzeczy, dodasz części rowne, całe nierowne będą.

6. Jeżeli od nierownych rzeczy, uymiesz po części rowney, reszty z nich pozostałe, będą nierowne.

7. Połowy iedneyże rzeczy, lub połowy rzeczy sobie rownych, są sobie rowne. Podobnież rzeczy, dwa, trzy, lub cztery razy większe od inney, lub od innych rzeczy sobie rownych; między sobą są rowne.

8. Ktore rzeczy zobopolnie zakrywaią się zupełnie, (*quæ mutuò sibi congruunt*, vel juxta Cl. Wolfium, *quæ mutuò se tegunt, æqualia sunt.*) rowne są; Y na odwrot: ktore rzeczy, tegoż samego toku czyli iednorodne, rowne sobie są, te zupełnie zakrywaią się.

Te zaś rzeczy wzaiemnie zakrywaią się, ktore wspolnie razem, iedna na drugiey położone, tak się schodzą, y iednoczą z sobą, że ostatnie brzegi iedney leżą na ostatnich brzegach drugiey, będąc iedne od drugich rownie zakryte. np. *Położywszy dwie linie stopowe, iednę na drugiey, ostatnie iedney punkta, leżeć będą na ostatnich punktach drugiey, y iedna drugą wzaiemnie zakryie.*

9. Dwie linie nie są ku sobie podane, ieżeli iedna nie iest bardziey nad drugą, z teyże samey strony nakłoniona, ku iakiey trzeciey, na nie padłey: *np. Fig.* (13. *Tab.* 1.) Jeżeli linie LN, IM rowno ku linii OP, ktora przez nie iest powiedziona, na też samą stronę nachylaią się, znak iest, że też linie LN, IM nie są ku sobie podane, a zatym że są rowno-ległe czyli (*Paralellæ.*)

KSIĘGA I.

O Liniach y Węgłach. (*de Lineis & angulis.*)

DEFINICYE.

1. Wielkość, (*magnitudo*) znaczy to wszystko, przez co rzecz iaka porownana z drugą iednorodną, czyli tegoż samego gatunku, zowie się iey rowną, lub nierowną. Przeto pod imieniem wielkości (*magnitudinis*) zamyka się rozległość mieyscowa, (*extensio localis*) liczba, ruch, y czas. Geometrowie iednak, z pomiędzy tych gatunkow wielkości, *rozległość mieyscową*, osobliwie uważaią.

2. Rozległość zaś mieyscowa, czyli ilkość rozłożystości rzeczy, (*quantitas molis*) iest wielkość, pewnemi okryślona granicami, maiąca trzy wymiary: Długość, szerokość, y głębokość. Jeżeli ilkość (*quantitas*) uważa się tylko w zdłuż, zowie się Linią. (*Linea*) Jeżeli wzdłuż y wszerz zowie się *Wierzch* (*superficies*) Jeżeli zaś wzdłuż, wszerz, y wgłąb, nazywa się Bryłą czyli rzeczą miąską. (*Corpus Solidum.*)

3. Końce, czyli terminy Linii, nazywaią się Punkta. Punkt zaś według Euklidesa iest znak nierozdzielny, y żadnych niemaiący części, lubo ie ma w samey rzeczy.

4. Linia prosta (*Linea recta*) iest, ktora między kończącemi ią punktami rowno leży, iako Linia AB. (*Fig. 1. Tab. 1.*) Linia krzywa (*Linea*

curva) ieſt, ktora od proſtey zdraża drogi, iako linia CD. (*Fig.* 2. *Tab.* 1.)

Wierzch rowny, czyli płaſkość (*ſuperficies plana)* ieſt, po ktorego wſzyſtkich częściach, linią proſtą powlec można tak, żeby ſię ich cała razem dotykała, iako ieſt tablica gładka marmurowa. Wierch zaś krzywy, czyli wypukły, będzie (*ſuperficies curva)* ieżeli proſta linia na nim pociągniona, razem do wſzyſtkich iego części y punktow nie przyſtawa, iaki ieſt obwod kuli.

5. Jeżeli linie dwie, lub więcey między iednemiż położone ſą punktami, ktora z nich ieſt proſta, ta ieſt naykrotſza: iako BC. (*Fig.* 3. *Tab.* 1.) Z krzywych zaś linii, te, ktore w obwodzie ſwoim inſze zamykaią, ſą większe nad te, ktore w ich wypukłości mieſzczą ſię. Tak linia CdB większa ieſt, niżeli linia CeB. Co iednak w ten czas tylko prawdzi ſię, kiedy też linie krzywe na iednę tylko podane ſą ſtronę; bo gdyby linia ta, ktora ſię w inney zawiera, wężykiem ſzła, na rożne podaiąca ſię ſtrony, na ten czas mogłaby bydź większą nad tę, w ktorey wypukłości mieści ſię, tak linia CfB, większa ieſt niżeli CAB.

6. Linie wſzędzie rowno od ſiebie odległe, ktore y naydaley w proſt pociągnione, nigdyby ſię ku ſobie nie ſkłoniły, nazywaią ſię rowno-ległe (*Parallellæ)* takie ſą: AB, y CD. (*Fig.* 4. *Tab.* 1.)

7. Dwoch Linii w iednym punkcie ſtykaiących ſię z ſobą, lecz nie w proſt leżących, wzaiemnie iedney ku drugiey nachylenie ſię, zowiemy kątem, czyli węgłem, (*angulus)* iaki ieſt BAC. (*Fig.* 5. *Tab.* 1.) Punkt zaś, w ktorym ſię dwie

linie

linie ſtykaią, zowiemy Wierzchołkiem Węgła, (*Vertex Anguli*) Linie węgieł czyniące bokami węgła, (*latera anguli*) każdy zas poſpolicie węgieł, wyraża ſię albo iedną literą, a tą u wierzchołku węgła, lub w ſamym węgle położoną; albo trzema, z ktorych ta, ktora we śrzodku kładzie ſię, wſkazuie ſam węgieł. W ten czas zaś oſobliwie trzema literami węgły wyrażać potrzeba, kiedy ich przy iednym punkcie ieſt więcey.

Wiedzieć zaś potrzeba, że wielkość węgła nie z długości linii węgieł czyniących, lecz wzaiemnego ich do ſiebie nachylenia, miarkować należy; tak węgieł DEF. (Fig. 6. y 7. Tab. 1.) większy ieſt, niżeli węgieł GHI. Bo linie ED, EF. acz krotſze, mniey ſą do ſiebie nachylone, a zatym bardziey rozkraczone, niżeli linie dłuższe HG, HI.

8. Węgły od dwoch linii na wierzchu (*in superficie*) położonych zrobione, zowią ſię węgły wierzchowe, (*anguli ſuperficiales*) y ieżeli ten wierzch ieſt płaſki, węgły płaſkie, (*anguli plani*) ieżeli wypukły, węgły wypukłe (*anguli sphaerici*) nazywaią ſię.

9. Węgieł proſtoboczny (*angulus rectilineus*) ieſt, ktory dwie linie proſte robią, iaki ieſt węgieł BAC. (*Fig. 5. Tab. 1.*) Węgieł krzywo-boczny (*curvilinus*) ieſt, ktory robią dwie linie krzywe, iaki ieſt LMN. (*Fig. 8. Tab. 1.*) Węgieł rożno-boczny (*angulus mixtus*) ieſt, ktory robi iedna linia proſta, a druga krzywa, iaki ieſt węgieł OPQ. (*Fig. 9. Tab. 1.*)

10. Każdy węgieł, albo ieſt proſty. (*Angulus rectus*) albo tępy, czyli wklęſły, (*angulus obtuſus*) albo oſtry, czyli ſpiczaſty. (*angulus acutus.*)

11. Węgieł prosty iest ten, ktoremu, ieżeli wprost bok ieden od wierzchołku węgła pociągniesz, inny z drugiey strony węgieł ze wszystkim rowny wypadnie. Tak prosty węgieł iest BEA. (*Fig.* 10, *Tab.* 1.) Jeżeli pociągnąwszy bok BE do punktu C, węgieł AEC z drugiey strony iest mu zupełnie rowny, ztąd naturalnie wnieś, że wszystkie węgły proste, są sobie rowne.

12. Kiedy więc linia prosta AE. (*Fig.* 10. *Tab.* 1.) postawiona na linii prostey BEC, na żadną nie skłania się stronę, a tym samym węgły z obydwoch stron robi rowne; obydwa te węgły AEB y AEC będą proste. Linia zaś AE, na drugiey prosto stoiąca, zowie się linia pionowa. (*perpendicularis.*)

Corollarium czyli *Wniosek:* Linie pionowe, ab, cd, ef, (*Fig.* 11. *Tab.* 1.) dwiema liniami rownoległemi (*Parallelis*) AB, CD, zaięte, są sobie rowne (*przez Definicyą szostą.*)

13. Węgły, ktore maią ieden bok wspolny, y ktore z obydwoch stron tegoż boku leżą, nazywaią się węgły przyległe, (*anguli deinceps positi*) iako AEB. y BED. (*Fig.* 10. *Tab.* 1.) Pociągnąwszy zaś linią BE do punktu C, iako linia AE, poprowadzona iest do punktu D, będą węgły BEA y DEC, nazwane wierzchołkiem przeciwległe. (*anguli ad verticem oppositi.*)

14. Węgieł tępy (*angulus obtusus*) zowiemy, ktory iest większy od węgła prostego. Taki iest węgieł EDC. (*Fig.* 12. *Tab.* 1.)

15. Węgieł zaś ostry (*angulus acutus*) iest ten, ktory od prostego iest mnieyszy, iako węgieł EDB. (*na teyże samey Fig.*) Ztąd rzecz oczywista

wiſta ieſt, że węgły tak tępe, iako y oſtre, mogą bydź iedne od drugich większe, lub mnieyſze.

16. Linia proſta, iaka ieſt OP (*Fig. 13. Tab. 1.*) przez dwie ktorekolwiek linie proſte poprowadzona, wiele rozmaitych robi węgłow. Y tak węgły NAO, OBL, MGP, IHP nażywaią ſię węgły zewnętrzne. (*anguli externi*) Węgły NCP, MEO, LDP, IFO nazywaią ſię węgły wewnętrzne. (*anguli interni*) Węgły zaś NCP y MEO, albo LDP. y IFO. zowią ſię z iedneyże ſtrony wewnętrzne (*interni ad eaſdem partes*) Węgły NCP. y OFI. tudzież LDP. y MEO. ſą na przemiany ległe. (*anguli alterni.*) Nakoniec OFI y OBL, albo MEO y NAO zowią ſię węgły wewnętrzny y zewnętrzny z iedneyże ſtrony przeciw ległe. (*angulus internus & externus ex eadem parte oppoſiti.*)

PROPOZYCYA I.

Proſta linia poſtawiona na drugiey, czyni albo dwa proſte przyległe ſobie węgły, albo dwom proſtym rowne. (*Fig. 12. Tab. 1.*)

Okazanie, albowiem ieżeli linia AD poſtawiona na linii CDB. ieſt pionowa (*perpendicularis;*) będą węgły ADB y ADC z obydwoch ſtron proſte (*przez Definicyą 11. y 12.*) Jeżeli zaś linia ED z ukoſa ſtoi na teyże linii CDB, poſtawmy linią pionową AD. Ponieważ węgły EDB oſtry, y EDC tępy, tyle zaymuią mieyſca, ile węgły proſte ADB y ADC y dla tego razem złożone z tamtemi, zupełnie zakrywaią ſię, z tey przyczyny ſą im rowne. (*przez axioma 8.*) co było do okazania.

Corol-

Corollarya, czyli *Wniofki.*

Wniofek I. Tymże famym fpofobem dowieść można, iż ieżeli na iedney linii w iednymże punkcie, kilka linii ftoi, wfzyftkie węgły od tych linii zrobione, fą rowne dwom węgłom proftym. (*Taż Figura* 12. *Tab.* 1.)

Wniofek II. Gdy fię dwie linie iakokolwiek przecinaią, iako AED y BEC, (*Fig.* 10. *Tab.* 1.) w punkcie przecięcia owego, robią albo cztery profte węgły, albo czterem proftym węgłom rowne.

Wniofek III. Wfzyftkie węgły koło iednegoż punktu C leżące, (*Fig.* 14. *Tab.* 1.) rowne fą czterem węgłom proftym. (*przez axioma* 1.)

RROPOZYCYA II.

Węgły wierzchołkiem przeciw legle (anguli ad verticem oppofiti) fą rowne. (*Fig.* 13. *Tab.* 1.)

Okazanie, Węgieł B y węgieł A razem wzięte, fą rowne dwom węgłom proftym (*przez Propozycyą* 1.) tudzież węgieł C y węgieł A razem, dwom także proftym węgłom fą rowne. (*przez Propozycyą* 1.) Przeto węgły C y A razem wzięte, węgłom B y A razem wziętym rowne fą; (*przez Axioma drugie*) a zatym odiąwfzy wfpolny węgieł A, zoftaną węgły B y C zupełnie fobie rowne. (*przez Axioma czwarte*) Lecz węgły B y C fą wierzchołkiem przeciw ległe; (*ad verticem oppofiti*) (*przez Definicyą* 13*naftą.*) Więc węgły wierzchołkiem przeciwlegle, rowne fą, co było do okazania.

PROPOZYCYA III.

Jeżeli linia profta OP dwie linie rownolegle (paralellas) *NL y MI przecina, czyni węgieł wewnę-*

wewnętrzny, zewnętrznemu z iedneyże ſtrony przeciw-ległemu rowny. (angulum externum, angulo interno ad eandem partem oppoſito æqualem.) (*Fig.* 13. *Tab.* I.)

Okazanie, Ponieważ linie LN y IM ſą rowno-legle (*paralellæ*) więc ku linii OP na iednęż ſtronę rowno ſą nakłonione, (*przez Definicyą* 6.) z tey przyczyny węgieł B = F, tudzież A = E, (*przez Defin:* 7.) to ieſt, węgły zewnętrzne y wewnętrzne (*przez Defin:* 16.) z iedneyże ſtrony przeciw-legle, ſą rowne. Co było do okazania.

PROPOZYCYA IV.

Węgły na przemian legle (anguli alterni) *ſą ſobie rowne.* (*Fig.* 13. *Tab. I.*)

Okazanie, Węgieł B rowny ieſt węgłowi C w wierzchołku przeciw-ległemu (*ad verticem oppoſito*) (*przez Propozycyą* 2.) Lecz tenże węgieł B rowny ieſt węgłowi F. (*przez Propozycyą* 3.) Więc węgieł C (*przez Axioma* 2.) rowny ieſt węgłowi F, to ieſt węgły na przemian legle, ſą ſobie rowne. (*przez Defin:* 16.) Co było do okazania.

PROPOZYCYA V.

Gdy linia proſta, dwie linie rowno-legle przecina, węgły wewnętrzne na iedneyże ſtronie (angulos internos ad eandem partem) *robi dwom węgłom proſtym rowne.* (*Fig.* 13. *Tab. I.*)

Okazanie. Węgły na przemiany-legle (*alterni*) C y F ſą ſobie rowne. (*przez Propozycyą* 4.) Ale węgły C. y D. przylegle (*deinceps poſiti*) ſą rowne dwom węgłom proſtym. (*przez Propozycyą* 1.) Więc zamiaſt węgła C, wziąwſzy iemu rowny

wny

wny węgieł F, ktory ieſt drugi na też ſamę ſtronę z węgłem D. wewnętrzny, (*przez Definicyą* 16.) będzie wraz z nim rowny dwom węgłom proſtym. Co było do okazania.

WNIOSKI.

Wnioſek I. Gdy dwie linie LN y IM. (*Fig.* 13. *Tab. I.*) z trzecią linią OP czynią węgły B y F ſobie rowne, to ieſt węgieł zewnętrzny rowny wnętrznemu na też ſamę ſtronę przeciw-ległemu, (*angulum externum, æqualem angulo interno ad eandem partem oppoſito*) znak ieſt, że dwie wſpomnione linie zarowno nachylaią ſię do linii OP a zatym że ſą rowno-ległe. (*przez Axioma* 9.)

Wnioſek II. Jeżeli węgły C y F na przemian-ległu (*alterni*) ſą ſobie rowne; y linie LN, IM, ſą rowno-ległe. Ponieważ bowiem węgły w wierzchołku przeciw-ległe B y C, ſą ſobie rowne; (*przez Prop. II.*) a węgieł C. rowny także ieſt węgłowi F, podług założoney kondycyi, będzie zatym B = F, (*przez Axioma* 2.) to ieſt węgieł zewnętrzny rowny węgłowi wewnętrznemu na też ſamę ſtronę przeciw-ległemu. A przeto linie LN, IM, będą rowno-ległe. (*przez Wnioſki poprzedzaiące.*)

Wnioſek III. Jeżeli węgły D y F wewnętrzne na iednęż ſtronę (*interni ad eandem partem*) ſą rowne dwom proſtym węgłom, tedy y linie LN y IM będą rowno-ległe. Gdyż węgły B y D przyległe (*deinceps poſiti*) ſą rowne dwom proſtym węgłom; (*przez Prop. I.*) ale podług założoney kondycyi, węgły D y F ſą także dwom węgłom proſtym rowne; zaczym węgły B y F zewnętrzny y wewnętrzny, ſą ſobie rowne. (*przez Axioma*

2. y 4.)

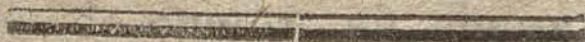
2. y 4.) Ztąd idzie, że y linie LN, IM, są rowno-ległe. (*przez Wniosek I. Propozycyi V.*)

PROPOZYCYA VI.

Linie rowno-ległe względem ktoreykolwiek linii prostey, są także y od siebie rowno-ległe. Tudzież linia, ktora iest rowno legła, względem iedney z kilku lub z kilkunastu rowno ległych linii, tym samym rowno-ległą będzie względem wszystkich. (*fig.* 11. *Tab. I.*)

Okazanie Części Pierwszey. Jeżeli linie proste AB, EF, są rowno-ległe od linii CD, tedy pionowe linie ab, ef, iako też bm, fn są między sobą rowue (*przez Wniosek Definicyi* 12.) rowne oraz am, en, linie także pionowe. (*przez Axioma* 3.) Więc linie AB, y EF są od siebie rowno-ległe. (*przez Defin:* 6.) Co było do okazania.

Okazanie Części Drugiey. Jeżeli linie AB. CD. są rowno-ległe, a EF iest rowno-ległą od iedney z nich AB; będzie ab = ef, y am = en (*przez Wnioski Defin:* 12.) A zatym będzie bm = fn. (*przez Axioma* 4.) Więc linie EF, CD będą rowno-ległe. (*przez Definicyą* 6.) Co było do okazania.



KSIĘGA II.

KSIĘGA II.

O Troygranach, Czworgranach, Pięciogranach, Sześciogranach, y innych Wielogranach.

DEFINICYE

Czyli Opisanie Gruntowne.

1. FIgura Ziemiomiernicza, ieſt plac zewſząd zawarty. Przeto ani węgieł, ani dwie linie proſte, mogą bydź nazwane figurą ziemiomierniczą; bo placu zewſząd zawrzeć nie mogą, na co proſtych linii naymniey trzy potrzeba.

2. Figury Ziemiomiernicze iedne ſą płaſkie, (*Figuræ planæ*) drugie miąſzkie, (*Figuræ ſolidæ.*)

3. Figura płaſka, ieſt wierzch iedną, lub więcey liniami obwiedziony. Ktore to linie ieżeli ſą proſte, Figura zowie ſię proſto-boczna. (*Rectilinea.*) Jeżeli krzywe, krzywo-boczna. (*Curvilinea*) Jeżeli linie ſą częścią proſte, częścią krzywe, rożno-boczna. (*mixta.*)

4. Linie, w ktorych Figury Ziemiomiernicze zamykaią ſię, razem wzięte, zowiemy okrążeniem, czyli obwodem. (*Circumferentia, vel Circuitus, vel Perimeter.*) A zatym Figury rowny obwod maiące, zowią ſię rowno-obwodne. (*Iſoperimetræ.*)

5. Z pomiędzy wſzyſtkich Figur krzywo-bocznych y rożnobocznych, Geometrowie naywięcey uważaią Koło, (*Circulum*) albo część koła nazwaną Łukiem. (*Arcus.*) Ale o kole w trzeciey Kſiędze mowić będziemy. A z pomiędzy Figur

gur prosto-bocznych, Figura naymniey zabieraiąca linii, bo tylko trzy, ieſt Troygraniec, Tryangul, albo Troykąt. (*Triangulum* , *Trigonum*) na ktory wſzyſtkie inne Figury przerobić można.

6. Troygraniec zaś albo Tryangul, ieſt plac trzema liniami zewſząd zamknięty.

7. Rożność Troygrańcow uważamy, albo co do węgłow, albo co do bokow. Co do węgłow: albo w Troygrańcu ieſt ieden węgieł, czyli kąt proſty; y taki Troygraniec nazywa ſię proſto-kątny, (*Triangulum rectangulum*) iaki ieſt BAC. (*Fig.* 15. *Tab. I.*) Albo ieden kąt ma tępy; y nazywa ſię tempo-kątny, (*ambligonium*, *vel obtus angulum*) iaki ieſt DEF. (*Fig.* 16. *Tab. I.*) Albo wſzyſtkie kąty ma oſtre czyli ſpiczaſte; y zowie ſię oſtro-kątny, (*Oxygonium vel Acutangulum*) iaki ieſt GHI, albo KML. (*Fig.* 17. *y* 18. *Tab. I.*)

8. Co ſię zaś tycze bokow, (*Latera*) względem tych uważaiąc Troygraniec, albo ma wſzyſtkie trzy boki rowne, y zowie ſię Troygraniec rowno-boczny, (*Æquilaterum*) iaki ieſt Troygraniec GHI, (*Fig.* 17. *Tab. I.*) albo ma wſzyſtkie boki nierowne, y zowie ſię Troygraniec nierowno-boczny, (*Scalenum*) iaki ieſt ABC. (*Fig.* 15. *Tab. I.*) albo dwa tylko boki iego ſą rowne, y nazywa ſię (*Jsoſceles*) rowno-nożny. Jaki ieſt KML. (*Fig.* 18. *Tab. I.*)

9. Gdy w Troygrańcu dwa boki razem bierzemy, te zowią ſię nogi Troygrańca, (*Crura Trianguli*) a trzeci nazywa ſię bazą, czyli podſtawkiem. (*baſis Trianguli*) Ktoryżkolwiek bok za bazę czyli podſtawkę wziąść można; w Troygrańcu iednak proſto-kątnym, (*rectangulo*) y w

Troy-

Troygrańcu tempo-kątnym (*obtusangulo*) bierze śię ordynaryinie za bok naywiększy, to iest, węgłowi prostemu, lub tempemu przeciw-legły. Procz tego w Truygrańcu prosto-kątnym, bok naprzeciw węgła prostego leżący, zowi śię *Hipotenuzą*; w Troygrańcu zaś rowno-nożnym (*in Triangulo æquicrure, vel Jsoscele*) bok nierowny za zwyczay bierze śię za bazę.

10. Czworgraniec, (*Quadrilaterum*) iest Figura Ziemiomiernicza cztery boki, y cztery kąty maiąca.

11. Jeżeli w Czworgrańcu przeciw-ległe boki są rowno-ległe, (*si opposita latera sunt paralella*) tedy śię zowie rowno-ległym grańcem, (*Paralellogrammum*) iaki iest ABCD. (*Fig.* 19. *Tab. I.*) Jeżeli zaś wspomnione boki nie są rowno-ległe, zowie śię Czworgraniec niezgrabny, (*Trapezium*) iaki iest EFGH. (*Fig.* 20. *Tab. I.*)

12. Rowno-legły graniec maiący wszystkie kąty czyli węgły proste, (*rectos angulos*) zowiemy prosto-kątnym grańcem, (*Rectangulum*) iaki iest IKLM. (*Fig.* 21. *Tab. I.*)

13. Jeżeli wszystkie prostokątnego grańca boki są między sobą rowne, czynią kwadrat, czyli Czworgraniec doskonały, (*Quadratum*) iako CD EF. (*Fig.* 22. *Tab. I.*) Jeżeli zaś przeciw-ległe tylko boki są rowne, czynią Czworgraniec podługowaty, czyli niedoskonały (*Rectangulum altera parte longius*) iako IKLM. (*Fig.* 21. *Tab. I.*)

14. Jeżeli w Czworgrańcu rowno-legle-bocznym (*in Paralellogrammo*) węgły nie są proste; ten, albo wszystkie boki ma rowne, y zowie śię Kwadrat skręcony, (*Rhombus*) iaki iest GHIK, (*Fig.* 23. *Tab. I.*) albo przeciw-ległe tylko boki ma rowne,

wne, y zowie ſię Czworgraniec podługowaty ſkręcony, (*Rhomboides*) iaki ieſt ABCD (*Figura* 19. *Tab. I.*)

15. Linia poprzeczna, (*diameter, diagonalis,*) ieſt linia proſta, ktora od iednego węgła, do drugiego przeciw-ległego, śrzodkiem iakiegokolwiek Czworgrańca ciągnie ſię; iako BC. (*Fig.* 24. *Tab. I.*)

16. Na linii w Czworgrańcu poprzeczney BC (*Fig. taż ſama*) przez punkt ktorykolwiek *nprz.*: I., poprowadziwſzy dwie proſte linie EF, GH, dwom ſtykaiącym ſię Czworgrańca bokom rownoległe; cały ow Czworgraniec podzielony zoſtanie na cztery inne Czworgrańce, z ktorych dwa EG, HF zowią ſię Czworgrańce koło linii poprzeczney. (*Paralellogramma circa diametrum.*) Drugie zaś dwa AI, GF, Czworgrańce dopełniaiące (*Complementa.*) Każdy Czworgraniec, albo czterema węgielnemi literami, albo dwiema naprzeciwko węgielnemi, wyraża ſię.

17. Jeżeli Figura Ziemiomiernicza węgłow y bokow ma więcey nad cztery; zowiemy ią w powſzechności Figurą wielo-boczną, albo Wielokątem. (*Polygonum.*) Jeżeli ma ſześć bokow, zowie ſię ſześcio-boczna, albo ſześcio-kąt, (*Hexagonum.*) ieżeli ſiedm, ſiedmio-kąt. (*Heptagonum.*)

18. Wielokąt porządny, czyli regularny (*Polygonum ordinatum, vel regulare*) ieſt, ktory wſzyſtkie boki y węgły ma rowne.

PROPOZYCYA I.

W każdym troygrańcu summa trzech węgłow, rowna ieſt dwom węgłom proſtym. (*Fig.* 25. *Tab. I.*)

Okazanie. W troygrańcu CAB, wierzchołkiem A

niech będzie poprowadzona linia EF rowno-legła bazie CB. (*przez Postul.* 1.) Węgieł c, y węgieł b, przyległe węgłowi A, razem z tymże węgłem A wzięte, rowne są dwom węgłom prostym. (*przez Wniosek I. Prop. I. y Księgi I.*) Ale węgieł c rowny iest węgłowi C, a węgieł b rowny iest węgłowi B, (*przez Prop. IV. Księgi I.*) więc zamiast węgłow c, b, wziąwszy im rowne węgły C, B, tak te, iako y tamte razem z węgłem A wzięte, rowne będą dwom węgłom prostym. (*przez Axioma III.*) Co było do okazania.

WNIOSKI.

Wniosek I. Każdego Troygrańca trzy węgły razem wzięte, są rowne trzem węgłom razem wziętym ktoregokolwiek innego Troygrańca; zawsze bowiem są rowne dwom węgłom prostym.

Wniosek II. W każdym Troygrańcu zawsze muszą bydź dwa węgły śpiczaste, czyli ostre. (*anguli acuti.*) Bo gdyby tylko ieden śpiczasty, dwa drugie byłyby proste, albo wklęsłe, a zatym wszystkie trzy razem wzięte, wynosiłyby więcey nad dwa węgły proste, co się iawnie sprzeciwia dopiero okazaney Propozycyi.

Wniosek III. Jeżeli w Troygrańcu ieden węgieł iest prosty, drugie dwa razem wzięte, są rowne prostemu węgłowi.

Wniosek IV. Węgieł w troygrańcu rowny dwom innym tegoż troygrańca węgłom, iest prosty.

Wniosek V. Jle razy w iednym troygrańcu dwa węgły, czy razem, czy poiedynczo wzięte, rowne są dwom węgłom razem, albo poiedynczo wziętym drugiego troygrańca, tylekroć y węgieł trzeci musi bydź rowny trzeciemu.

PROPOZYCYA II.

W każdym troygrańcu węgieł zewnętrzny, rowny iest dwom węgłom wewnętrznym przeciw-ległym, to iest węgieł d $=$ C$+$A. (Fig: 25. Tab. I.)

Okazanie. Węgły d y B rowne są dwom węgłom prostym, (*przez Prop. I. Księgi I.*) lecz węgły A, C, B są także rowne dwom węgłom prostym. (*przez Prop. I. Księgi II.*) Więc węgły d$+$B. $=$ A.$+$B$+$C. (*przez Axioma II.*) A zatym odciąwszy wspolny węgieł B, będzie d $=$ A$+$C. (*Axioma 4.*) to iest węgieł zewnętrzny będzie rowny dwom węgłom wewnętrznym przeciw-ległym. Co było do okazania.

WNIOSKI.

Wniosek I. Zewnętrzny węgieł większy iest, niżeli ktorykolwiek w Troygrańcu węgieł wewnętrzny przeciw-legły.

Wniosek II. (*Fig. 26. Tab. I.*) Jeżeli od końcow iednego w Troygrańcu boku, *np.* od końcow boku AB, prowadzone będą dwie linie AO, BO, tak: ażeby się w samym placu Troygrańca schodziły, te linie, lubo będą mnieysze, niżeli boki AC, CB, większy iednak zaymą węgieł AOB niżeli iest węgieł ACB. Pociągnąwszy bowiem linią AC, wprost do punktu F, węgieł AOB, większy iest niżeli węgieł AFB przez Wniosek poprzedzaiący. Ale y węgieł AFB większy iest, niżeli węgieł ACB, przez tenże sam Wniosek, więc węgieł AOB. tym bardziey większy będzie nad węgieł ACB.

PROPOZYCYA III.

Węgieł w Troygrańcu większy iest ten, ktory na-

 prze-

przeciw większego boku leży; y na odwrot, bok troygrańca większemu węgłowi przeciw-legły, większy iest nad inne. (Fig: 16. Tab. I.)

Okazanie części pierwszey. Daymy, że bok DF Troygrańca DEF, iest większy, niżeli bok EF. To otrzymawszy, mowię: że węgieł DEF, większy iest, niżeli EDF mnieyszemu bokowi przeciw-legły. Oczywista albowiem rzecz iest: że linie DE, EF większy bok DF obeymuiące, bardziey są rozkraczone, niżeli DE, DF, ktore mnieyszy bok EF obeymuią. A że wielkości węgła miarą iest rozkraczenie linii tenże węgieł robiących, (*przez Defin:* 7. *Księgi I.*) z tey przyczyny węgieł DEF, większemu bokowi DF. przeciw-legły, większy iest, niżeli węgieł EDF, naprzeciw mnieyszego boku EF leżącey.

Okazanie części drugiey. Daymy wzaiemnie, że węgieł DEF, większy iest, niżeli węgieł EDF. Ponieważ więc linie DE, CF, bardziey są rozkraczone, niżeli ED, DF; (*przez Defin:* 7. *Księgi I.*) przeto ostatnie punkta D, F, bardziey są od siebie odległe, niżeli punkta E, F. Ztąd linia DF łącząca punkta D, F, większa bydź musi, niżeli linia EF, ktora łączy punkta E, F. Lecz linia DF, iest bok przeciw-legły większemu węgłowi E; linia zaś EF, iest bok przeciw-legły mnieyszemu węgłowi D; więc bok w Troygrańcu większemu węgłowi przeciw-legły większy iest; mnieyszemu, mnieyszy. Co było do okazania.

WNIOSKI.

Wniosek I. W troygrańcu rowno-bocznym GHI. (*Fig:* 17. *Tab. I.*) wszystkie trzy węgły są między sobą rowne, bo rownym bokom przeciw-ległe;

są

są także wſzyſtkie śpiczaſte, czyli oſtre, bo wſzyſtkie nie mogą bydź, ani proſte, ani wklęſłe. *(przez Wniosek II. Prop. I. Kſięgi II.)*

Wniosek II. W Troygrańcu KML (*Figura* 18. *Tab. I.*) ieżeli dwa boki MK, ML, ſą rowne, węgły także K y L, przy bazie leżące, ſą rowne; gdyż ſą przeciw-ległe rownym bokom; a na odwrot, ieżeli węgły K y L leżące przy bazie KL ſą rowne, boki także MK, ML, leżące naprzeciw rownych węgłow, rowne bydź muſzą, y Troygraniec KML, ieſt rowno-nożny. (*Isosceles.*)

Wniosek III. Linia pionowa AB [*Fig.* 27. *Tab. I.*] ieſt naykrotſza ze wſzyſtkich linii, ktore od punktu A do linii proſtey BC poprowadzone bydź mogą. Bo ponieważ węgieł B ieſt proſty, [*przez Defin:* 12. *Kſięgi I.*] węgieł ACB bydź muſi śpiczaſty. [*przez Wniosek II. Prop. II. Kſięgi II.* Dla tego linia AB mnieyſza ieſt niżeli ktorakolwiek z linii AC. [*przez Propozycyą III. Kſięgi II.*]

Wniosek IV. Z iednego punktu do iakieykolwiek linii proſtey, iednę tylko linią pionową poprowadzić można. Wſzyſtkie zaś inne ktorekolwiek z owego punktu do teyże linii poprowadzone będą, pionowe nazwać ſię nie mogą. [*przez Definicyą* 12. *Kſięgi I. y przez Wniosek III. Prop. ninieyſzey.*]

Przypisek. *Na fundamencie tey Propozycyi, doyść można wyſokości wieży, lub iakiegokolwiek gmachu, z cienia od nich rzuconego. Gdy albowiem Słońce na czterdzieści pięć graduſow podnieſione ieſt nad horyzontem,* (a) *na ten czas cień, ktory*

 wieża

[a] Podniesione zaś Słońce bywa nad horyzontem na gradusów czterdzieści pięć, w samey połowie czasu, między wschodem y południem, tudzież między po-

wieża na ziemię rzuca, zupełnie iest rowny wysokości teyże wieży. Węgieł alęowiem ABC [*Figura* 30. *Tab. I.*] *od wieży y od cienia iey zaięty, iest prosty, gdyż wieża pod pion stawiona, perpendykularnie stoi do linii przez cień uformowaney. Podług założoney zaś kondycyi, węgieł ACB iest połową węgła prostego, bo zamyka w sobie czterdzieści pięć gradusow, czyniących połowę gradusow dziewięćdziesiąt, ktore są wymiarem prostego węgła,* [*czytay Definicyą* 8. *Księgi III. następuiącey.*] *więc tenże węgieł ACB rowny iest węgłowi BAC.* [*przez Wniosek III. Prop. I. Księgi II.*] *a zatym bok AB rowny iest bokowi BC.* [*przez Wniosek II. Prop. ninieyszey.*] *Zmierzywszy więc długość cienia BC, wiadoma będzie wysokość wieży AB.*

PROPOZYCYA IV.

W każdym Troygrańcu dwa ktorekolwiek boki razem wzięte, większe są od trzeciego. [*Figura* 16. *Tab. I.*]

Okazanie. Ponieważ w ktorymkolwiek Troygrańcu, naprzykład: w Troygrańcu DEF boki DE, EF uważać można nakształt iedney linii krzywey DEF, leżącey między temiż samemi punktami, co y linia prosta DF, zkąd oczywiście widzieć się daie, [*przez Definicyą* 5. *Księgi I.*] że dwa boki DE, EF razem wzięte, większe są, niżeli bok ieden DF. Co było do okazania.

PROPO-

łudniem y zachodem; naprzykład: ieżeli wschod iest o godzinie czwartey, a zachod o godzinie osmey, w ten czas rano o godzinie osmey, z południa zaś o godzinie czwartey słońce na czterdzieści pięć gradusow podniesione będzie.

PROPOZYCYA V.

Jeżeli dwoch Troygrańcow ABC, EDF bok ieden AB iest rowny iednemu bokowi ED, y bok drugi AC ieżeli rowny bokowi drugiemu EF, procz tego ieżeli węgieł A y węgieł E od tych bokow zaięte, są sobie także rowne, na ten czas y baza BC bazie DF, y węgieł B węgłowi D, y węgieł C węgłowi F, zgoła całe Troygrańce ABC, EDF są sobie rowne. [*Fig: 28. y 29. Tab. I.*]

Okazanie. Troygraniec EDF, położywszy na Troygrańcu ABC, węgły A y E sobie rowne, wzaiemnie zakryią się zupełnie [*przez Axioma* 8.] tymże sposobem boki ED, EF na bokach AB, AC leżeć będą, wzaiemnie się zakrywaiąc. [*przez toż samo Axioma* 8.] Dla tego trzy punkta D, E, F legną na trzech punktach B, A, C. A zatym cała baza DF legnąć musi na całey bazie BC. Ale na ten czas węgły D y B, tudzież F y C, y całe Troygrańce wzaiemnie y zupełnie zakryią się; toć wszystkie boki bokom, węgły węgłom, na ktorych legły, y całe Troygrańce, muszą bydź sobie rowne [*przez Axioma* 8.] Co było do okazania.

Wniosek I. Z tey Demonstracyi wypływa: iż ieżeli boki wszystkie iednego Troygrańca są rowne wszystkim trzem drugiego Troygrańca bokom, ieden z drugim wzaiemnie przymierzaiąc; tedy y węgły wszystkie trzy w iednym troygrańcu, wszystkim trzem węgłom w drugim troygrańcu wzaiemnie sobie korrespondującym, y naprzeciw rownych bokow ległym, y całe Troygrańce są sobie rowne. To iest: (*Fig. 28. y 29. Tab. I.*) ieżeli AB = ED, AC = EF, BC = DF, na ten czas A = E, B = D, C = F, y cały Troygraniec ABC rowny iest Troygrańcowi EDF.

Wnio-

Wniosek II. Dla teyże samey przyczyny, ieżeli bok ieden, y dwa węgły temuż bokowi przyległe w ktorymkolwiek Troygrańcu, rowne są iednemu bokowi, y dwom iemu przyległym węgłom w Troygrańcu drugim; całe Troygrańce zupełnie są sobie rowne; to iest: ieżeli bok BC, rowny iest bokowi DF, tudzież węgieł B węgłowi D, a węgieł C węgłowi F, to y cały Troygraniec ABC całemu Troygrańcowi EDF rowny iest. (*Figura* 28. *y* 29. *Tab. I.*)

Wniosek III. Jeżeli w iednym Troygrańcu dwa węgły ktorekolwiek osobno wzięte, rowne są dwom ktorymkolwiek osobno wziętym drugiego Troygrańca węgłom, tudzież ieżeli bok ieden ktorykolwiek tegoż Troygrańca rowny iest ktoremukolwiek iednemu w drugim Troygrańcu bokowi, to na ow czas y całe Troygrańce muszą bydź sobie rowne. Co tymże samym sposobem, iako y Propozycyą dopiero wyprobowaną okazać można.

Przypisek. [*Fig.* 31. *Tab. I.*] *Na fundamencie tey Propozycyi bardzo łatwy mamy sposob rozmierzenia odległości dwoch mieysc A, y B z iednego mieysca C dostępnych.*

Na mieyscu C podług upodobania obranym wetkniy kiy. Potym zmierzywszy linią AC z mieysca C, idź prosto na mieysce a poty, poki linia Ca, nie będzie rowna linii AC, y tam wetkniy kiy drugi, tego mocno przestrzegaiąc, ażeby punkta A, C, a, na iedneyże prostey linii leżały. To uczyniwszy, zmierz potym linią BC. a z mieysca C uday się na mieysce b tyle odległe od C, ile też mieysce C odległe iest od mieysca B, y tamże wetkniy kiy trzci, z tąż samą ostrożnością, ażeby pukta B, C, na iedney

dney proſtey linii były. Nakoniec zmierz długość linii ab; a ta pokaże ci miarę odległości mieyſca A od mieyſca B, ktorey chciałeś.

Okazanie. *Albowiem węgieł x y węgieł y ſą ſobie rowne, [przez Propozyą I. Kſięgi I.] bok AC rowny bokowi a C, a bok BC rowny bokowi b C. Więc przez tę Propozycyą y baza ab rowna bazie AB, a tak zmierzywſzy linią ba, maſz wiadomość odległości linii AB, czyli odległości mieyſca A od mieyſca B.*

PROPOZYCYA VI.

Linią proſtą AB na dwie rowne części podzielić. (Figura 32. Tab. I.)

Rozwiązanie tey Propozycyi. Wziąwſzy cyrkiel, nayprzod z punktu A, potym z punktu B z tąż ſąmą tegoż cyrkla otwartością, zrob z obydwoch ſtron linii AB Łuczki [*arcus*] przecinaiące ſię w punktach C y D. Toż punkta owe, w ktorych ſię łuczki przecinaią, złączywſzy proſtą linią DC, ta na dwie rowne części podzieli daną linią AB.

Okazanie. Ponieważ w Troygrańcach ACD, BCD, bok AC rowny ieſt bokowi CB, a bok AD rowny bokowi BD, [gdyż iedną otwartością cyrkla punkta A, C, B, D, ſą wzięte] bok zaś CD obydwom Troygrańcom ieſt wſpolny; więc cały Troygraniec ACD rowny ieſt troygrańcowi BCD, [*przez wnioſek I. Prop. V. Kſięgi II.*] węgieł ACD, czyli ACE rowny ieſt węgłowi DCB, czyli węgłowi ECD. Ztąd y Troygrańce ACE, BCE maiące bok EC wſpolny, ſą także ſobie rowne [*przez Propozyc. V. Kſięgi II.*] Gdy więc bok EC ieſt wſpolny, a bok BC rowny bokowi AC, gdy y węgły między temiż bokami zaięte rowne ſą; toć y Baza BE rowna ieſt

Bazie

Bazie EA. A zatym linia prosta AB na dwie rowne części iest przecięta. Co było do okazania.

PROPOZYCYA VII.

Węgieł dany BAC rozdzielić na dwie części rowne. (Figura 33. Tab. I.)

Rozwiązanie. Otworzywszy iakożkolwiek cyrkiel, iepen koniec iego wesprzyi na punkcie A, drugim zaś końcem na bokach AB, AC naznacz punkta D, y E. Potym z tychże punktow D y E iedną cyrkla otwartością, zrob łuczki przecinaiące się w punkcie F, linia AF łącząca punkta A, F, dzieli na dwie rowne części dany węgieł BAC.

Okazanie. Bo, że AD = AE, DF = EF, a bok AF obydwom Troygrańcom ADF, AEF iest wspolny, z tey przyczyny y węgieł DAF, rowny iest węgłowi EAF; (*przez Wniosek I. Prop. V. Księgi II.*) A zatym dany węgieł BAC na dwie rowne części iest rozdzielony. Co było do okazania.

PROPOZYCYA VIII.

Od danego punktu C do linii prostey AB, linią pionową spuścić. (Figura 34. Tab. I.)

Rozwiązanie. Postaw cyrkiel w punkcie C, y iakożkolwiek otworzywszy go, daną linią AB przetniy w punktach D, y E. Z tychże punktow D, y E, zrob z iakążkolwiek otwartością cyrkla, łuczki przecinaiące się w punkcie F, linia prosta FG poprowadzona przez punkta F, C, do linii AB będzie pionowa.

Okazanie. W troygrańcach DCF, FCE bok DC rowny iest bokowi CE, bok DF rowny bokowi FE, (iasna rzecz z samego robienia linii tych Troygrańcow)

cow) bok FC wſpolny obydwom Troygrańcom. Więc węgły DFG, GFE ſą rowne, (*przez wnioſek I. Prop. V. Kſięgi II.*) ale y boki FD, FE ſą rowne w troygrańcach DGF, FGE, bok zaś FG wſpolny, zaczym y węgły FGD, FGE temuż bokowi przyległe, ſą rowne, (*przez Prop. V. Kſięgi II.*) a tym ſamym obydwa proſte. (*przez Definicyą* 12.) Więc linia FG ieſt pionowa do linii AB. Co było do okazania.

Wnioſek I. Podobnymże cale ſpoſobem w punkcie C na linii AB danym, poſtawiſz linią pionową FC, (*Fig.* 35. *Tab. I.*) gdyż bok DF będzie rowny bokowi FE, bok DC bokowi CE, bok FC będzie wſpolny. Ztąd węgieł DCF, będzie rowny węgłowi FCE. (*przez wnioſek I. Prop. V. Kſięgi II.*) A zatym linia FC będzie pionowa względem linii AB.

Wnioſek II. (*Fig. taż ſama*) Jeżeli na końcu C linii CB, pionową linią chceſz wyſtawić, pociągniy linią BC wproſt daley, *np.* ku punktowi A, a ſpoſobem wzwyż podanym poſtawiſz pionową linią FC na końcu C. daney linie CB.

PROPOZYCYA IX.

W troygrańcu rowno-nożnym [in Triangulo Jſoſcele] *ACB, linia pionowa CD, węgieł C, Bazę AB y cały Troygraniec, na dwie rowne części dzieli.* (*Figura* 36. *Tab. I.*)

Okazanie. Bok AC rowny ieſt bokowi CB, (*z Definic: Troygrańca rowno-nożnego*) węgieł x rowny węgłowi y, (*przez wnioſek II. Prop. III. Kſięgi II.*) węgieł o, rowny węgłowi u, [*przez Defin:* 12.] więc cały troygraniec ACD, rowny ieſt troygrańcowi DCB. [*przez wnioſek III. Propozycyą V.*

Kſięgi

Kſięgi II.] Rowny zatym y m węgłowi n, y bok AD bokowi DB. Zkąd oczywiſta rzecz ieſt, że linia pionowa CD, y węgieł wierzchołkowy C, na dwa węgły rowne, m, n, y bazę AB, na dwie części rowne AD, DB, y cały Troygraniec rowno-nożny ACB, na dwa rowne Troygrańce ACD, DCB dzieli. Co było do okazania.

Wnioſek I. Jeżeli linia CD od węgła wierzchołkowego C ſpuſzczona, bazę na połowę przecina, tym ſamym y węgieł C dzieli na dwa rowne węgły, y do bazy AB ieſt pionową; gdyż Troygrańce ACD, CDB będą ſobie rowne, [*przez Wnioſek I. Prop. V. Kſięgi II.*] będzie zatym y węgieł m rowny węgłowi n. A że y węgieł o rowny ieſt węgłowi u, tym ſamym linia, koło ktorey leżą, ieſt pionowa. [*przez Definicyą* 12.]

Wnioſek II. Gdy linia proſta CD, węgieł wierzchołkowy C na połowę dzieli, bazę także na połowę perpendykularnie przecina. [*przez Propozycyą V. Kſięgi II.*]

Wnioſek III. Jeżeli linia CD z wierzchołku C Troygrańca ACB, na bazę AB ſpadaiąca, przecina ią perpendykularnie na połowę, albo ieżeli przecinaiąc na połowę węgieł C, pada perpendykularnie na bazę AB, znak ieſt, że troygraniec ACB ieſt rowno-nożny, bo w obydwoch tych razach troygrańce ACD, DCB będą rowne, będzie więc AC $=$ CB.

PROPOZYCYA X.

W czworgrańcach rowno-ległych [in Paralellogrammis] *węgły y boki naprzeciw ległe ſą ſobie rowne. (Figura* 24. *Tab. I.)*

Okazanie Części I. Ponieważ w Czworgrańcu rowno-

rowno-ległym ABCD, boki AB y CD ſą rowno od ſiebie ległe, [*przez Defin:* 11. *Kſięgi II.*] y na nie pada proſta poprzeczna linia BC, (*Diagonalis*) węgły na przemian ległe (*alterni*) ABC, BCD ſą rowne, [*przez Prop. IV. Kſięgi I.*] y znowu że AC, y BD ſą rowno-ległe, y na nie pada taż poprzeczna linia BC; węgły ACB y CBD, także na przemian ległe, ſą rowne, to ieſt: ABC = BCD, CBD = ACB, ztąd ABC + CBD = BCD + ACB [*przez Axioma* 3.] Lecz ABC + CBD = ABD, [*przez Axioma I.*] więc ABD = BCD + ACB; [*przez Axioma* 2.] A że BCD + ACB = ACB; [*przez Axioma* 1.] przeto ABD = ACD, [*przez Axioma* 2.] Co było do okazania.

Wnioſek. Tymże ſamym ſpoſobem dowieść można, że drugie przeciw ległe węgły A y D ſą ſobie rowne.

Okazanie Części II. W troygrańcach CAB y CDB bok ieden CB ieſt wſpolny, y węgły dwa temuż bokowi przyległe, ſą rowne. [*przez okazanie Części I.*] Więc całe Troygrańce y boki rownym węgłom przeciw-ległe, ſą rowne. A zatym AC = BD, AB = CD, ktore boki czworgrańca ſą przeciwległe.

Wnioſek. Linie AC y BD (*Figura* 19. *Tab. I.*) między liniami rowno-ległemi AB, CD zaięte, y rowno do nich nakłonione, ſą między ſobą rowne. Co naturalnie z Propozycyi ninieyſzey wypływa.

PROPOZYCYA XI.

Linie poprzeczne [diagonales] *czworgrańca rowno-ległego ABCD, przecinaią ſię wzaiemnie na dwie rowne części, y każda linia poprzeczna dzieli czworgraniec rowno-legły, na dwa rowne troygrańce.* (*Figura* 37. *Tab. I.*)

Okazanie

Okazanie Części I. W czworgrańcu ABCD boki naprzeciw siebie będące, są rowno-ległe, [*przez Definicyą* 11. *Księgi II.*] przeto węgły naprzemian ległe BDC, DBA tudzież ACB, CAD są rowne. [*przez Prop. IV. Księgi I.*] Boki także AB, CD są rowne. [*przez Prop. X. Księgi II.*] Więc troygraniec AaB rowny iest troygrańcowi DaC, [*przez* [*przez* Wniosek *II. Prop. V.*] przeto y bok Ba rowny bokowi aD, bok Aa rowny bokowi aC; A zatym linie poprzeczne AC, BD wzaiemnie się na dwie rowne części przecinaią.

Okazanie Części *II.* [*Fig.* 24. *Tab. I.*] W czworgrańcu ABCD, przez ktorego przeciw-ległe węgły przechodzi linia poprzeczna CB, bok AC rowny iest bokowi BD, AB bokowi CD, [*przez Prop: X. Księgi II.*] bok CB iest wspolny obydwom Troygrańcom CAB y CDB. Więc też troygrańce całe, na ktore linia poprzeczna BC czworgraniec AD podzieliła, zupełnie są sobie rowne. (*przez Wniosek I. Prop. V. Księgi II.*)

Wniosek I. W czworgrańcach rowno-ległych, linia poprzeczna mnieysza iest od ktorychkolwiek dwoch bokow razem wziętych, [*przez Propozycyą IV. Księgi II.*] iako linia poprzeczna CB w Czworgrańcu AD [*Fig.* 24. *Tab. I.*] Czasem zaś y od iednego nawet boku mnieysza bywa, ieżeli węgły, ktore przecina, są bardzo wklęsłe; iakaby była linia poprzeczna CB w Czworgrańcu AD. [*Figura* 40. *Tab. I.*] Ale w Czworgrańcach prosto-kątnych, (*in Parallelogrammis rectangulis*) iaki iest IKLM, (*Figura* 21. *Tab. I.*) Linia poprzeczna *nprz:* LK mnieysza wprawdzie iest od dwoch ktorychkolwiek bokow LI, IK, LM, MK; zawsze

zawſze iednak większa nad ieden ktorykolwiek z nich oſobno wzięty.

Wnioſek II. Czworgrańce dopełniaiące (*complementa Paralellogrammi*) AI, ID ſą ſobie rowne, [*Figura* 24. *Tab. I. czytay Definicyą* 16. *Kſięgi II. przy końcu*,] albowiem dwa Troygrańce większe CBA, CBD ſą rowne, [*przez Propozycyą ninieyſzą*] Od tych więc odiąwſzy troygraniec CHI, y troygraniec CIF ſobie rowne, tudzież troygraniec IEB, y troygraniec BGI, także ſobie rowne, [*przez też ninieyſzą Propozycyą*] reſzty pozoſtałe AI, ID, ktore ſą Czworgrańcami dopełniaiącemi, rowne będą. (*przez Axioma* 4.)

Przypisek. *Z tey Propozycyi Geometrowie informuią ſię, iakimby ſpoſobem pole Czworgraniaſte na dwie rowne ſobie połowy rozmaicie podzielić można. Niech będzie naprzykład do podzielenia dane pole czworgraniaſte ABCD, (Fig. 39. Tab. I.) ſznur wyciągniony od węgła A do węgła D, albo od węgła C do węgła B, podzieli pole ABCD na dwie części rowne, (przez część II. Prop. ninieyſzey.) Ten ſpoſob dzielenia placu czworgraniaſtego na dwa rowne troygraniaste place, ieſt bardzo łatwy, y oczywiście z Propozycyi ninieyſzey wynikaiący. Lecz taż ſama Propozycya podaie nam ieſzcze inny ſpoſob generalny, podzielenia iakimkolwiek kſztałtem, na rowne dwie połowy każdego czworgraniaſtego placu. Ten zaś ieſt naſtępuiący:*

Danego czworgraniaſtego placu ABCD, linią poprzeczną AD, czyli ſznur wyciągniony od węgła A do węgła D, rozdziel w punkcie F na dwie części rowne AF, ID; (przez Prop. VI. Kſięgi

II.

II. albo po proſtu śrzodek ſznura we dwoie złożonego znalazłſzy) to uczyniwſzy, ieżeli od ktoregokolwiek punktu na boku AB będącego, do ktoregokolwiek punktu, boku CD pociągniéſz linią proſtą tak, żeby przez F punkt śrzedni linii poprzeczney AD przechodziła, zawſze dany plac czworgrańcowy rozdzieliſz na połowę. Pociągniy np. *z punktu obranego E przez punkt śrzedni F do boku CD linią proſtą EG, ta niezawodnie plac czworograniaſty ABCD podzieli na dwa rowne ſobie place ACGE y EGDB.*

Okazanie. *Węgieł AFE = GFD, (przez Prop: II. Kſięgi I.) węgieł FAE = FDG, (przez Prop: IV. Kſięgi I.) Linia AG = FD; bo AD w punkcie F przecięta ieſt na połowę, zatym troygraniec AFE y GFD ſą ſobie rowne. (przez Wnioſek II. Propoz. V. Kſięgi II.) Ale y Troygrańce wielkie ABD, ACD ſą rowne, (przez Część II. Prop. ninieyſzey) więc EBDF = ACGF. (przez Axioma 4.) a przeto y EBDG = ACGE (przez Axioma 3.) Co było do okazania.*

PROPOZYCYA XII.

Summa czterech węgłow w każdym czworgrańcu ieſt rowna czterem węgłom proſtym. (Figura 40. *Tab. I.)*

Okazanie. W czworgrańcu ABDC, powiodłſzy linią poprzeczną AD, cztery węgły tegoż czworgrańca, rowne ſą ſześciu węgłom troygrańcow ABD, ACD. *(przez Axioma* 1. *)* Ale ſześć węgłow dwoch troygrańcow razem wzięte, zawſze rowne ſą czterem węgłom proſtym, *(przez Propozycyą I. Kſięgi II.)* więc cztery węgły czworgrańca

grańca ABDC, rowne są czterem węgłom prostym. (*prez Axioma* 2.) Co było do okazania.

Wniosek I. Jeżeli ieden w czworgrańcu węgieł iest prosty, tedy y inne trzy w tymże czworgrańcu węgły proste bydź muszą. Gdy albowiem ieden węgieł IKM iest prosty, (*Figura* 21. *Tab. I.*) drugi także przeciw-legły ILM prosty iest, bo iemu rowny; (*przez Propoz: X. Księgi II.*) wszystkie boki zatym IL, MK, IK, LM względem siebie wzaiemnie są pionowe, a zatym y węgły między niemi zamknięte, wszystkie proste. (*przez Definicyą* 12. *y iey Wniosek.*)

Wniosek II. Tymże sposobem pokazać można, iż ieżeli w ktorymkolwiek czworgrańcu rowno-ległym, ieden węgieł iest rowny drugiemu węgłowi przyległemu temuż bokowi, tedy y wszystkie inne w tymże czworgrańcu węgły są sobie rowne.

Wniosek III. Wszystkie czworgrańce prosto-kątne tak doskonałe, iak y podługowate, są rowno-kątne między sobą wzaiemnie, bo wszystkie węgły proste, są sobie rowne. (*przez Definicyą* 11.)

Wniosek IV. Linia poprzeczna AD ktoregokolwiek czworgrańca rowno-ległego, *np.* czworgrańca ABDC (*Fig.* 40. *Tab. I.*) tym większa iest, im mnieysze są węgły A, D, ktore przecina. Albowiem im mnieysze są węgieł A, y węgieł D sobie rowne, (*przez Propoz: X. Księgi II.*) tym większe bydź muszą węgły B y C, sobie także rowne, (*przez Prop. X. Księgi II.*) ponieważ summa wszystkich czterech węgłow A, B, D, C rowna iest czterem węgłom prostym, (*przez Propoz: ninieyszą*) lecz w troygrańcach, bok przeciw-legły większemu węgłowi, większy iest, (*przez Prop. III. Księgi II.*)

więc linia AD będąc bazą troygrańca ABD, lub ACD, tym więkſza bydź muſi, im więkſzy ieſt węgieł B, lub C tegoż czworgrańca ABDC, a tym ſamym im mnieyſzy ieſt węgieł A, lub węgieł D, ktore przecina linia poprzeczna AD. Co było do okazania.

PROPOZYCYA XIII.

Czworgrańce rowno-ległe, ktore maią wſpolną bazę, y ſą między iednemiż liniami rowno-ległemi, rowne ſobie ſą. (Figura 41. Tab. I.)

Okazanie. Niech będą czworgrańce rowno-ległe AE, y AD na bazie wſpolney AB, y między temiż ſamemi liniami rowno-ległemi AB, y CD, mowię; że czworgraniec AD = AE. Albowiem w troygrańcach ACF, y BED bok AC rowny ieſt bokowi BE, (*przez Prop. X. Kſięgi II.*) a ponieważ tak linia CE, iako y linia FD rowna ieſt linii AB. (*przez Prop: X. Kſięgi II.*) Więc linie CE y FD ſą ſobie rowne, (*przez Axioma II.*) ktorym dodawſzy część wſpolną EF, będzie cały bok CF rowny całemu bokowi ED (*przez Axioma 3.*) w troygrańcach ACF y BED. Ze zas AC y BE ſą rowno-ległe; (*przez Definic: 11. Kſięgi II.*) więc y węgły ACF, BED rowne ſobie ſą, (*przez Prop. III. Kſięgi I.*) a zatym troygraniec ACF, rowny ieſt troygrańcowi BED. (*przez Propozycyą V. Kſięgi II.*) Odiąwſzy więc od obydwoch tych troygrańcow troygraniec wſpolny GEF, y znowu obydwom dodawſzy wſpolny troygraniec AGB; będą czworgrańce rowno-ległe na iedney bazie ſtoiące CB y AD zupełnie ſobie rowne. (*przez Axioma 4. y 5.*) Co było do okazania.

Wnioſek I. Na tymże ſamym fundamencie czworgrań-

grańce rowno-ległe, ktore rowne bazy maią, y między temiż samemi dwiema rowno-ległemi liniami stoią, rowne sobie są.

Wniosek II. Troygrańce także, ktore albo wspolne, albo rowne bazy maią, y między iednemiż rowno-ległemi liniami stoią, rowne sobie są. Troygraniec bowiem ACB (*Fig.* 42. *Tab. I.*) iest połową czworgrańca rowno-ległego ABCF, a troygraniec AFB, połową czworgrańca rowno-ległego AEDB, (*przez Propozycyą XI. Księgi II.*) te zaś czworgrańce AF, AD sobie rowne, (*przez Propozycyą ninieyszą*) więc y troygrańce ACB, AFB rowne są. (*przez Axioma* 7.)

Wniosek III. (*Figura* 43. *Tab. I.*) Troygraniec ACB ieżeli ięst z czworgrańcem rowno-ległym AL; między iednemiż liniami rowno-ległemi CF, AB, na bazie wspolney AB, lub iey rowną ma bazę, połową iest tegoż czworgrańca AL; gdyż troygrańce AFB y ACB są rowne, (*przez Wniosek poprzedzaiący*) lecz troygraniec ACB iest połową czworgrańca AL, (*przez Propoz: XI. Księgi II.*) toć y troygraniec AFB połową onegoż bydź musi.

Wniosek IV. Place rowno-ległych grańcow bydź sobie rowne mogą, lubo obwod iednego (*Perimeter*) kilka, lub kilkanaście y kilkadziesiąt razy większy będzie, nad obwod drugiego, byle tylko te place na rownych bazach, y między rowno-ległemi liniami zostawały. Toż samo y o placach troygraniastych prawdzi się.

Wniosek V. Ale czworgrańce prosto-kątne (*Parallellogramma rectangula*) maiące rowne bazy CD, DF, (*Fig.* 38. *Tab. I.*) y między iednemiż rowno-ległemi liniami AE, CF zostaiące, są rowno-ob-

wodne, y wſzyſtkie z oſobna boki iednego, ſą rowne wſzyſtkim z oſobna bokom drugiego proſto-kątnego czworgrańca. Gdyż boki AC, BD, EF ſą linie pionowe, między temiż liniami rowno-ległemi AE, CF, (*przez Definicyą* 11. *y* 12. *Kſięgi I. tudzież* 13. *Kſięgi II.*) zaczym ſą ſobie rowne, (*przez Wnioſek Defin:* 12. *Kſięgi I.*) a że baza CD = DF (*podług założoney kondycyi*) dla tego AB = BE (*przez Prop. X. Kſięgi II. y przez Axioma* 2.)

Wnioſek VI. Toż prawdzi ſię o troygrańcach proſto-kątnych ACD, y EFD, bo ieżeli bok CD = DF, bok AC = EF, węgieł też ACD = EFD, gdyż obydwa ſą proſte, toć y bok AD, muſi bydź rowny bokowi ED. (*przez Propozycyą V. Kſięgi II.*)

Wnioſek VII. Proſto-kątnych czworgrańcow między ſobą zupełnie rownych ABCD, BDEF linie poprzeczne AD, DE ſą ſobie rowne. (*przez Wnioſek poprzedzaiący.*)

Przypisek. *Z tey Propozycyi bardzo łatwy Geometrom podaie ſię ſpoſob, podzielenia iakiegokolwiek placu troygraniaſtego na dwie rowne części. Niechay będzie* np: *dany plac troygraniaſty ABC, (Figura* 44. *Tab. I.) rozdzieliwſzy na połowę Bazę BC, (przez Propozycyą VI. Kſięgi II.) prowadź linią proſtą AD, to ieſt od węgła A, do punktu D, w ktorym baza BC, ieſt przecięta. Ta linia rozdzieli na połowę plac dany troygraniaſty ABC. Troygrańce bowiem ABD, ACD bazy BD, CD maią rowne. A przez wſpolny wierzchołek A pociągnąwſzy linią rowno-ległą linii BC, zoſtaią między temiż ſamemi liniami rowno-ległemi, przeto ſą ſobie rowne. (przez Propozycyą ninieyſzą.)*

PROPO-

PROPOZYCYA XIV.

Wſzyſtkie węgły wewnętrzne Figury wielo-boczney, ſą rowne tylu węgłom proſtym dwakroć wziętym, uiąwſzy cztery, ile ieſt bokow w Figurze wielo-boczney. (*Figura* 45. *Tab. I.*)

Dla łatwieyſzego tey Propozycyi okazania rzecz potrzebna ieſt położyć tu wprzod zdanie do obiaśnienia teyże Propozycyi ſłużące, czyli:

LEMMA. (*a*)

Każdy wielo-kąt (*Polygonum*) może bydź podzielony na tyle troygrańcow, ile ma bokow; tak: w placu Figury ſiedmio-boczney (*in Heptagono*) BCDEFGH obrawſzy punkt A, y od tego punktu powiodłſzy do każdego węgła proſte linie, AB, AC, AC, AD, AE, AF, AG, AH, rzecz każdemu widoczna, iż przez to linii poprowadzenie od punktu A, do wſzyſtkich Figury wielo-kątney węgłow, tyle formuie ſię troygrańcow, ile taż Figura ma bokow. Tak w ninieyſzey maiącey bokow ſiedm, tyleż uformowanych troygrańcow liczy ſię. To przodem położywſzy, teraz wyrażam.

Okazanie zadaney Propozycyi. Podzieliwſzy Figurę wielo-boczną BCDEFGH, na tyle troygrańcow, ile w niey ieſt bokow, (*przez Lemma poprzedzaiące*) ponieważ z każdego z oſobna troygrańca węgły, ſą rowne dwom proſtym węgłom, (*przez Propozycyą I. Kſięgi II.*) wſzyſtkich więc troygrańcow węgły będą rowne tylu proſtym węgłom dwa razy wziętym, ile ieſt bokow wielo-kąta. Ale węgły koło punktu A leżące, rowne ſą czterem węgłom proſtym. (*przez Wnioſek III. Propo-*

[a] Czytay Definicyą Lemmatu na karcie 1.

zycyi I. Kſięgi I.) Więc od węgłow wſzyſtkich troygrańcow odiąwſzy węgły leżące koło punktu, pozoſtałe węgły przy bokach wielo-kąta, będą rowne tylu proſtym dwa razy wziętym, odiąwſzy cztery, ile ieſt bokow w Figurze wielo-boczney. Co było do okazania.

Wnioſek I. Ztąd ieżeli chceſz wiedzieć, iak wielu węgłom proſtym rowne ſą wſzyſtkie węgły wewnętrzne Figury iakiey wielo-boczney; liczbę bokow iey multyplikuy przez 2, a od produktu z tey multyplikacyi wynikłego odciągnąwſzy 4, zoſtaną ſię węgły proſte, rowne węgłom wewnętrznym Figury wielo-boczney. Tak w Figurze ſiedmio-boczney dwa razy 7 czynią 14, od ktorych odciągnąwſzy 4, zoſtanie ſię 10 węgłow proſtych rownych wſzyſtkim węgłom wewnętrznym oneyże. Podobnież Figura tyſiąc-boczna (*chiliogonum*) ma węgły wewnętrzne rowne 1996, węgłom proſtym.

Wnioſek II. Ponieważ w każdym wielo-kącie tyle ieſt węgłow, ile bokow, tudzież, że wſzyſtkie węgły wielo-kąta regularnego (*Polygoni ordinati*) ſą między ſobą rowne, (*przez Defin:* 18. *Kſięgi II.*) tedy ſummę węgłow proſtych, ktorym rowne ſą węgły wielo-kąta regularnego, rozdzieliwſzy przez liczbę bokow tegoż wielo-kąta, wieloraz ztąd wynikły (*quotus*) pokaże wielkość każdego z oſobna węgła; tak każdy węgieł ſześcio-kąta (*Hexagoni*) regularnego rowny ieſt $\frac{8}{6}$, czyli $\frac{4}{3}$, to ieſt iednemu proſtemu węgłowi, y nad to iedney ze trzech części proſtego węgła.

PROPOZYCYA XV.

Daney linii proſtey linią rowno-ległą przez punkt naznaczony poprowadzić. (*Figura* 4. *Tab. I.*)

Rozwiązanie. Chcąc od punktu A do linii proſtey CD powieść linią rowno-ległą AB, naprzod z danego punktu A, powiedź linią proſtą do punktu D daney linii proſtey CD; potym poſtawiwſzy cyrkiel w punkcie D, otwartością DA, naryſuy ieden łuk AC, y z tąż ſamą cyrkla otwartością z punktu A drugi DE, na ktorym naznaczywſzy łuk BD, rowny łukowi CA, linia z punktu A do tegoż punktu B poprowadzona, będzie rowno-legła względem daney linii proſtey CD.

Okazanie. Powiodłſzy bowiem linie pionowe CA, DB, (*przez Wnioſek I. Prop. VII. Kſięgi II.*) że na nie linia proſta AD pada, będzie węgieł BAD rowny węgłowi ADC (*przez Prop. IV. Kſięgi I.*) w troygrańcach ACD, ABD; a węgieł ADB węgłowi CAD, (*przez Prop. IV. Kſięgi I.*) toć y węgieł ACD rowny ieſt węgłowi ABD; (*przez Wnioſek V. Prop. I. Kſięgi II.*) A zatym całe troygrańce ABD, ACD rowne ſobie będą. Będzie więc y bok AC rowny bokowi BD; a tym ſamym linie AB, CD, ktoremi też rowne boki ſą zaięte, będą rowno-ległe. (*przez Wnioſek Definicyi 12. Kſięgi I.*) Co było do okazania.



KSIĘGA III.

O Kole, albo Cyrkule.

DEFINICYE CZYLI OPISANIA GRUNTOWNE.

1. KOło czyli Cyrkuł, (*Circulus*) ieſt wierzch płaſki, iedną linią krzywą tak zawarty, że od iednego punktu w polu Figury będącego, wſzy-

ſtkie linie proſte poprowadzone do teyże linii okrążaiącey; rowne ſą. Sama linia okrążaiąca, ktorą nazywamy *okręgiem*, lub *obwodem okrągłym*, (*circumferentia*, vel *Peripheria*) nie ieſt kołem, ale plac tąż linią zaięty.

2. Obwod koła Matematycy poſpolicie dzielą na trzyſta ſześćdzieſiąt części, czyli graduſow. Ztąd puł okrąg (*semi-circumferentia*) graduſow ſto ośmdzieſiąt, a ćwierć okręgu (*quadrans*) graduſow dziewięćdzieſiąt w ſobie zamyka, w każdym graduſie rachuie ſię minut pierwſzych ſześćdzieſiąt, a w każdey minucie pierwſzey ſześćdzieſiąt minut drugich, w każdey minucie drugiey tyleż minut trzecich, y tak daley. Te podziały iako naywygodnieyſze, u wſzyſtkich Matematykow ſą w używaniu.

3. Cęntrum, czyli śrzodek koła (*Centrum Circuli*) ieſt punkt, od ktorego wſzyſtkie linie do obwodu poprowadzone, ſą rowne. Taki ieſt punkt A, (*Figura* 1. *Tab. II.*)

4. Dyameter, czyli linia śrzodkowa koła, (*Diameter Circuli*) ieſt linia proſta, przez centrum koła powiedziona, dzieląca toż koło na dwie rowne części. Taka ieſt linia BC. (*Figura* 1. *Tab. II.*)

5. Promień czyli pułdyameter, (*radius vel semidiameter*) ieſt linia proſta, od centru koła, do obwodu pociągniona. Takie ſą AE, AF. (*Figura* 1. *Tab. I.*)

Wnioſek z tey definicyi, y z definicyi pierwſzey, oczywiście wypływa, że wſzyſtkie promienie w kole rowne ſobie ſą.

6. Pułkoło, (*Semicirculus*) ieſt plac połową obwodu koła y Dyametrem, czyli linią śrzodkową

zewſząd

zewſząd zawarty. Jaki ieſt BGFC. (*Fig.* 1. *Tab. II.*)

7. Cięciwa, (*Chorda, vel ſubtenſa*) ieſt każda linia proſta w polu koła, od iednego do drugiego punktu obwodu (*Peripheriæ*) powiedziona, iako linia proſta DE. (*Figura* 1. *Tab. II.*)

8. Łuk (*arcus*) ieſt część obwodu cięciwą podwiązanego, iako DLE. (*Figura* 1. *Tab. II.*)

Przypisek. Tu wiedzieć należy, że każdy Łuk ieſt wymiarem węgła w centrze koła od dwoch promieni do końcow Łuku pociągnionych zaiętego. Tak Łuk DLB, (*Fig.* 2. *Tab. II.*) ieſt wymiarem węgła DOB. A ponieważ w centrze iakiegokolwiek koła, *np.* w centrze O koła, ACBD. (*Fig. taż sama*) cztery węgły proſte bydź mogą, iako ſię to okazało *w Propozycyi I. Kſiędze I. y w iey Wnioſkach*, ktorych to węgłow proſtych boki dzieliłyby cały obwod koła 360. graduſow maiący, na cztery łuki, po 90. graduſow tegoż koła zaymuiące; na tym fundamencie każdy węgieł proſty zamyka w ſobie graduſow 90, iako DOB, BOC, COA, AOD, y wſzyſtkie węgły proſte, iakośmy wyrazili *w Definicyi* 11. *Kſiędze I.* muſzą bydź między ſobą rowne. Węgły zatym wklęſłe więcey zawſze nad 90. graduſow w ſobie maią, iako węgieł AOL, y iedne od drugich więkſze bydź mogą; a węgły oſtre mniey koniecznie graduſow nad 90 w ſobie mieſzczą, y podobnież iedne od drugich mnieyſze, lub więkſze bydź mogą. Jako węgły DOo, DOL, LOB. Jle razy iednak węgły w centrze koła leżące bokami ſwoiemi w tymże ſamym, lub w rownych ſobie kołach rowne Łuki zaymuią, zawſze między ſobą ſą rowne.

9. Linia tykaiąca koło, (*recta tangens circulum*) ieſt

ieſt linia proſta, ktora lubo punkt ieden wſpolny ma z obwodem cyrkułu, wproſt atoli idąc, koła bynaymniey nie przecina, iaka ieſt linia proſta HC, (*Figura* 3. *Tab. II.*) ktora obwodu koła dotyka ſię w punkcie C, y zowie ſię linią tykaiącą Łuku BC, albo węgła BAC, ktorego tenże Łuk ieſt miarą. (*tangens arcus, vel anguli*) Takaż ieſt linia LF, tykaiąca ſię Łuku BF, czyli węgła BAF.

10. Linia zaś AHL przez B drugi koniec łuku BF poprowadzona, y kończąca ſię na linii tykaiącey FL, zowie ſię linią przecinaiącą łuk BF, albo węgieł BAF. (*secans arcus, vel anguli. Fig.* 3. *Tab. II.*)

11. Pułcięciwie proſte (*Sinus rectus*) względem iakiego łuku, zowie ſię połowa cięciwy, (*semiſſis Chordæ, uel subtensæ*) dwa razy więkſzy łuk wiążącey; tak linia BI, (*Fig. taż sama*) ieſt pułcięciwie łuku BC, bo ieſt połową cięciwy BK, ktora wiąże łuk BCK, dwa razy więkſzy od łuku BC. Ztąd pułcięciwie proſte łuku 90 graduſow, czyli węgła proſtego ieſt ſam promień, ponieważ ieſt połową cięciwy, puł obwodu koła wiążącey, y zowie ſię puł-cięciwie zupełne, (*Sinus totus*) bo ta cięciwa w kole ze wſzyſtkich ieſt naywiękſza.

12. Pułcięciwie odwrocene, czyli ſtrzała łuku (*Sinus verſus, olim ſagitta*) ieſt część promienia zaięta między łukiem y cięciwą dwa razy więkſzy łuk wiążącą. Tak IC ieſt pułcięciwie odwrocone, czyli ſtrzała łuku BC, gdyż ieſt część promienia AC zaięta łukiem BCK, nad łuk BC dwa razy więkſzym; y iegoż cięciwą BIK. (*Figura taż sama.*)

13. Linia BG (*Figura taż sama*) nazywa ſię pułcięciwie dopełnienia łuku BC. (*Sinus complementi, vel caſinus arcus*) Linia FL linią tykaiącą dopeł-

dopełnienia łuku BC. (*tangens complementi arcûs, vel co-tangens*) a linia AF zowie się przecinaiącą dopełnienia łuku BC, (*secans complementi arcûs, vel co-ſecans*) gdyż łuk BF, ieſt dopełnieniem łuku BC do cwierci obwodu CBF.

14. Segment albo kawał koła (*segmentum, vel portio circuli*) ieſt plac zewſząd łukiem y cięciwą zawarty. Taki ieſt DLE ſegment mnieyſzy, a DFE ſegment większy koła ADECFG. (*Fig.* 1. *Tab. II.*)

15. Węgieł Segmentu (*angulus segmenti*) zowie ſię węgieł zaięty linią tykaiącą y cięciwą przez punkt dotknięcia powiedzioną. Takie ſą węgły EBC ſegmentu mnieyſzego, y FBC ſegmentu większego. (*Figura* 4. *Tab. II.*)

Wiedzieć zaś potrzeba: że ſegment CAB (*Fig: taż sama*) zowie ſię na przemian ległym względem węgła ſegmentu CBE, a ſegment CLB na przemian ległym względem węgła ſegmentu FBC.

16. Węgieł w ſegmencie (*angulus in segmento*) ieſt ten, ktory robią dwie linie proſte, od końcow cięciwy powiedzione do iakiegolwiek punktu łuku, przez też cięciwę związanego; iaki ieſt węgieł BAC w ſegmencie BAC. (*Fig.* 4. *Tab. II.*) Takowy węgieł zowie ſię także węglem przy obwodzie. (*angulus ad circumferentiam.*)

17. Węgieł ſtoiący na obwodzie koła, albo na Łuku, (*angulus inſiſtens peripheriæ, aut arcui*) ieſt ten, ktory zaymuią dwie linie proſte, od oſtatnich końcow łuku, poprowadzone do centru koła, albo do ktoregokolwiek punktu w obwodzie przeciwległym. Taki ieſt w centrze koła węgieł BDC (*Fig.* 4. *Tab. II.*) ſtoiący na łuku BLC; taki y węgieł przy obwodzie BAC na tymże łuku ſtoiący.

18. Sektor,

18. Sektor, czyli przecinacz koła, (*Sector circuli*) ieſt plac zewſząd w kole zawarty, dwoma promieniami y łukiem od tychże promieni zaiętym, iako BDCL. (*Figura taż ſama.*)

19. Segmenta podobne ſą te, w ktorych ſię rowne mieſzczą węgły. Tak ſegmenta wielkiego y małego koła będą ſobie podobne, ieżeli węgły w nich będące, rowne ſobie ſą. Łuk *np.* efg w ninieyſzym kole, (*Fig.* 5. *Tab. II.*) y Łuk BCD w kole większym, podobne ſobię ſą; gdyż węgieł eAg rowna ſię węgłowi BAD.

20. Koła ſą ſobie rowne, kiedy ich Dyametry, albo promienie ſą ſobie rowne.

21. Koła wzaiemnie dotykaiące ſię ſą te, ktorych obwody w punkcie iakowym ſchodzą ſię tak, że ſię iednak nie przecinaią.

22. Dwie linie proſte w kole w ten czas rowno odległe ſą od centru koła, kiedy linie pionowe od tegoż centru na nie ſpuſzczone, ſą ſobie rowne. Tak linie proſte BC, DE, rowno odległe będą od centru a koła BE, ieżeli linia pionowa ab, rowna będzie linii także pionowey ae. (*Figura* 11. *Tab. II.*)

23. Figura proſto-boczna w polu koła odryſowana, albo koło otaczaiące Figurę, nazywa ſię w ten czas, gdy wſzyſtkich z oſobna Figury węgłow wierzchołki, dotykaią ſię obwodu tegoż koła.

24. Figura proſto-boczna koło otaczaiąca, czyli koło w polu figury odryſowane ieſt w ten czas, gdy wſzyſtkie z oſobna boki Figury, dotykaią ſię koła.

PROPOZYCYA I.

Jeżeli Dyameter cięciwę pionowo, czyli proſto-

kątnie

kątnie przecina, dzieli ią na połowę, y na odwrot: ieżeli dyameter cięciwę na połowę dzieli: ieſt względem niey linią pionową. (*Figura* 6. *Tab. II.*)

Okazanie Części I. Daymy, że linia AE przez centrum F koła ABED przechodząca, cięciwę BD w punkcie C, pionowo, czyli proſto-kątnie (*perpendiculariter, ſeu ad angulos rectos*) przecina. Ponieważ boki FB, y FD ſą rowne, (*przez Defin:* 5. *y iey wnioſek, Kſięgi III.*) troygraniec BFD ieſt rowno-nożny, (*przez Defin:* 8. *Kſięgi II.*) a zatym węgły B y D, przy bazie BD ſą ſobie rowne. (*przez Wnioſek II. Prop. III. Kſięgi II.*) Ale w troygrańcach BCF, DCF węgły przy punkcie C, ſą proſte podług założoney kondycyi, zaczym ſą ſobie rowne. (*przez Defin:* 11. *Kſięgi I.*) Więc y węgieł BFC, rowny ieſt węgłowi CFD. (*przez wnioſek V. Prop. I. Kſięgi II.*) Powiedzieliśmy zaś, że bok BF rowny bokowi FD, a bok FC obydwom troygrańcom DFC, CFB ieſt wſpolny, toć te troygrańce rowne ſą, a zatym y bok BC rowny ieſt bokowi CD; (*przezez Prop. V. Kſięgi II.*) to ieſt cała cięciwa BD, ieſt na dwie części przecięta. Co było do okazania.

Wnioſek. Gdy linia AE przez centrum koła powiedziona, cięciwę BD proſto-kątnie, a zatym na dwie rowne części przecina, dzieli oraz na dwie rowne części y łuk BED, cięciwą BD związany. Ponieważ bowiem węgły BFC, CFD, czyli węgły BFE, EFD ſą ſobie rowne, iakośmy dopiero pokazali, toć y łuki BE, ED muſzą bydź ſobie rowne. (*przez Przypiſek Definicyi* 8. *Kſięgi III.*)

Okazanie Części II. W troygrańcach BCF, FCB bok FB, rowny ieſt bokowi FD (*przez Definicyą* 5.

y iey

y iey Wniosek Księgi III.) A podług założoney kondycyi bok BC rowny iest bokowi CD, bok zaś FC iest wspolny obydwom troygrańcom; zaczym węgły FCB y FCD przeciw-ległe rownym bokom FB y FD, są między sobą rowne. (*przez Wniosek I. Prop. V. Księgi II.*) a tym samym są proste; (*przez Defin:* 11. *Księgi I.* y Dyameter AE, przecinaiący na połowę linią BD, iest do niey pionowy *przez Definicyą* 12. *Księgi I.*) Co było do okazania.

Wniosek. Dwie linie proste, kiedy nie obydwie przechodzą przez centrum koła, dzielić się wzaiemnie na dwie rowne części nie mogą. Jeżeli albowiem iedna z nich AE, (*Figura taż sama*) przez centrum koła przechodzi, rzecz oczywista iest, że iey druga BD, ponieważ przez centrum tegoż koła nie iest powiedziona, na połowę nie przecina; gdyby zaś obydwie linie BC, FL (*Figura* 7. *Tab. I.*) przez centrum koła nieprzechodzące, przecinały się wzaiemnie na połowę, tedy poprowadziwszy od centru A, promień AD, węgły AOC, AOL powinnyby bydź proste, (*przez Część II. Propoz: ninieyszey*) a zatym węgieł AOC, musiałby bydź rowny węgłowi AOL. (*przez Defin:* 11. *Księgi I.*) to iest, rzecz cała rownaby była swoiey części. Co żadną miarą bydź nie może. (*przez Axioma I.*)

RROPOZYCYA II.

Jeżeli w kole linia iaka prosta, drugą na połowę prosto-kątnie przecina, na linii przecinaiącey bydź musi centrum koła. (*Figura* 8. *Tab. II.*)

Okazanie. Daymy bowiem, ieżeli kto temu przeczy, że koła BLCF centrum nie iest punkt A, na linii LF przecinaiącey prosto-kątnie linią BC, lecz inny

inny iaki punkt *np.* punkt O. To założywſzy, y poprowadziwſzy linie BO, QO, CO, troygrańce BOQ, COQ powinny bydź ſobie rowne; gdyż bok QO ieſt wſpolny, bok BQ rowny bokowi QC, bo linia BC przecięta ieſt na połowę; a że podług założenia punkt O, ſupponuiemy bydź centrem koła, więc y bok BO bokowi CO rowny ieſt, będąc promieniami iednegoż cyrkułu, a zatym węgieł OQC rowny węgłowi OQB, (*przez Wnioſek I. Prop. V. Kſięgi II.*) zkąd idzie, że węgieł OQC ieſt proſty, (*przez Definicyą* 11. *Kſięgi I.*) a przeto rowny węgłowi LQC, (*przez Defin:* 11. *Kſięgi I.*) ktory także proſty ieſt, (*przez Defin:* 12. *Kſięgi I.*) bo linia LQ ieſt pionową do linii BC; co żadną miarą bydź nie może, (*przez Axioma I.*) ponieważ węgieł OQC, ieſt częścią węgła LQC. Więc centrum koła FBLC, nie może bydź punkt O, ani żaden inſzy, coby ſię przez podobnyż wywod pokązało, procz punktu A, ktory ſię znayduie na linii LF przecinaiącey proſto-kątnie, na dwie rowne części linią BC. Co było do okazania.

Wnioſek. Na fundamencie tey Propozycyi, łatwy podaie ſię ſpoſob, przez ktory wynaleść można centrum danego koła. W danym kole FBLC. (*Fig. taż sama*) poprowadź iakąkolwiek cięciwę *nprz:* BC, y w punkcie Q przetniy ią na połowę. Przez punkt Q powiedź linią pionową LF; tę przetniy na połowę w punkcie A; mowię: że punkt A ieſt centrum koła. Centrum bowiem koła ieſt na linii LF pionowey do cięciwy BC, y przecinaiącey tęż cięciwę na dwie rowne części; (*przez Propozycyą teraźnieyſzą*) Ze zaś linia LF ieſt na połowę przecięta w punkcie A; ztąd promień AL rowny

ieſt

ieſt promieniowi AF; punkt zatym A, a nie żaden inſzy, ieſt centrem danego koła FBLC. (*przez Definicyą 3. Kſięgi III.*)

PROPOZYCYA III.

Linia proſta DB powiedziona przez B, oſtatni punkt dyametru, czyli linii śrzodkowey BF, y do tegoż dyametru pionowa; dotyka ſię koła w tym ſamym punkcie B. Y na odwrot: linia proſta powiedziona od centru koła do punktu, w ktorym linia proſta tegoż koła dotyka ſię, ieſt linią pionową do teyże linii dotykaiącey. (*Figura 9. Tab. II.*)

Okazanie Części I. Wziąwſzy bowiem ktorykolwiek inſzy punkt tey linii pionowey DB; *np.* punkt D, pokaże to, że ſię w nim nie dotyka koła, y za kołem zoſtaie. Bo od centru A do punktu D poprowadziwſzy linią proſtą AD, będzie w troygraǹcu ABD węgieł B, z dwoch pozoſtałych naywiękſzy, bo proſty, (*przez Wnioſek II. Prop. I. Kſięgi II.*) zaczym y bok iemu przeciw-legły DA, naywiękſzy będzie, (*przez Prop. III. Kſięgi II.*) a tym ſamym większy od promienia, ztąd idzie, że punkt D za kołem leżeć muſi. Co było do okazania.

Okazanie Części II. Ponieważ podług założoney kondycyi, wſzyſtkie inne punkta, procz punktu B, leżą za kołem, więc ktorakolwiek linia z centru A, do linii proſtey BD powiedziona, większa bydź muſi nad linią AB. A zatym żadna z nich nie może bydź linią pionową do linii tykaiącey BD, procz linii AB, (*przez wnioſek 3. Prop. 3. Kſięgi II.*) ktora między niemi ieſt naykrotſza. Co było do okazania.

Wnioſek I. Linia proſta nie może dotykać ſię koła, tylko w iednym punkcie; gdyby albowiem

mogła

mogła dotykać koła w dwoch, lub więcey punktach, tedy od iednego punktu do linii iakiey proſtey możnaby dwie, lub więcey linii pionowych poprowadzić. (*przez Część II. teyże Propozycyi*) Co ieſt rzeczą cale niepodobną. (*przez Wnioſek IV. Propozycyą III. Kſięgi II.*)

Wnioſek II. Między linią tykaiącą y kołem, żadna inna linia proſta przez punkt dotknięcia B, powiedziona bydź nie może, ktoraby nie przecinała koła. Daymy bowiem przez niepodobieńſtwo, że linia BC między linią tykaiącą BD, y kołem, powiedziona ieſt przez punkt dotknięcia ſię B. Ponieważ węgieł ABD, ieſt proſty. Węgieł ABd, bydź muſi ſpiczaſty; a zatym linia pionowa Ad mnieyſza ieſt, niżeli promień AB (*przez Propozycyą III. Kſięgi II.*) proſtemu węgłowi przeciw-legły, więc punkt d leży w kole.

Wnioſek III. Pociągnąwſzy wproſt iak naydaley linią proſtą BA, y z punktow na niey leżących odryſowawſzy niezliczone koła, przechodzące przez punkt dotknięcia B, wſzyſtkie dotykać ſię będą linii proſtey IQ, w tymże ſamym iednym punkcie B. (*Fig. 10. Tab. II.*) Tym ſpoſobem koła w naywiękſzą, iaka bydź może obſzerność roſnące nieſkończenie, co raz bliżey do linii tykaiącey przychylaią ſię, nigdy iednak z nią złączyć ſię nie mogą, tylko w iednym dotknięcia punkcie.

Wnioſek IV. Węgieł dotykania, (*angulus contactûs, vel contingentiæ*) QBD od obwodow, rożnych koł w iednym punkcie B tykaiących ſię, nie bywa dzielony, ani zmnieyſzony. Rzecz bowiem głębiey y z gruntu biorąc, między obwodem iakiego koła, y linią tykaiącą w iednym punkcie, cale żadnego

nie maſz węgła. Bo węgieł z natury ſwoiey podług *Definicyi 7. Kſięgi I.* nic inſzego nie ieſt, tylko dwoch linii w iednym punkcie ſtykaiących ſię, y nie wproſt leżących, wzaiemne iedney do drugiey nachylenie. Tu zaś linia proſta QI, iednego lub wielu koł obwodow w iednym punkcie B tykaiąca, w ſamym dotykania punkcie (gdyż tam ieſt węgieł, ieżeli iaki bydź może) nie nachyla ſię do owych obwodow, lecz wraz z niemi leży. Idzie zatym, iż Propozycya naſtępuiąca, ktorą niektorzy Geometrowie tak wykładać zwykli: *Węgieł dotykania między linią tykaiącą y obwodem mnieyſzego koła, większy ieſt, niżeli węgieł dotykania, między linią tykaiącą y obwodem koła większego*, ta mowię Propozycya, w tym tylko wyrozumieniu prawdzić ſię może, że (iakośmy wyrazili w poprzedzaiącym Wniosku.) obwod większego koła bardziey zbliża ſię do linii tykaiącey, niżeli obwod koła mnieyſzego.

PROPOZYCYA IV.

Jeżeli w kole linie proſte ſą ſobie rowne, rowno odległe oraz ſą od centru koła; y na odwrot: linie proſte, ktore ſą rowno odległe od centru koła, ſą ſobie rowne. (Figura 11. Tab. 2.)

Okazanie Części I. Daymy: iż w kole BDEC, linie proſte BC, DE ſą ſobie rowne. To otrzymawſzy, twierdzę: że od centru a, rowno ſą odległe, to ieſt: że linie pionowe ab, ae od centru do tychże linii ſpuſzczone, ſą ſobie rowne (*przez Defin: 22. Kſięgi III.*) Ponieważ albowiem tak poprowadzone promienie aB, aC, aD, aE, ſą ſobie rowne, (*przez Wniosek Defin: 5. Kſięgi III.*) iako y linie

BC,

BC, DE podług założoney kondycyi; więc troygrańce BaC, DaE są względem siebie wzaiemnie rowno-boczne, a zatym y rowno-kątne. (*przez Wniosek I. Propozycyi V. Księgi II.*) Przeto węgieł BCa iest rowny węgłowi DEa; ale procz tego bok bC troygrańca bCa rowny iest bokowi eE troygrańca eaE, (*przez Propozycyą I. Księgi III. y Axioma* 7.) iako też bok aC bokowi aE; (*przez Wniosek Definicyi* 5. *Księgi III.*) Więc bazy ba, ae, to iest linie pionowe, są między sobą także rowne; a zatym linie proste BC, DE tym samym, że sobie są rowne, (*przez Definicyą* 22. *Księgi III.*) od centru koła a rowno odległe są. Co było do okazania.

Okazanie Części II. (*Figura taż sama*) Daymy: że linie proste BC, DE są rowno odległe od centru koła a, tym samym tedy są sobie rowne, y tego tak dowodzę: troygrańcow BaC, DaE boki aB, aC, aD, aE są sobie rowne, bo są promienie od centru a do obwodu iednegoż koła powiedzione; (*przez Wniosek Definicyi V. Księgi III.*) Ale y węgły BaC, DaE rownemi zaięte bokami, są sobie rowne, bo wierzchołkiem przeciw-ległe, (*przez Propozycyą II. Księgi I.*) więc y bazy BC, DE rowne bydź muszą między sobą. (*przez Propozycyą V. Księgi II.*) Co było do okazania.

PROPOZYCYA V.

Ze wszystkich linii prostych, ktore w kole powiedzione bydź mogą, ta naywiększa iest, ktora przez centrum koła przechodzi. Z innych zaś prostych linii w polu koła leżących, ta większa iest, ktora iest bliższa centru koła. (*Figura* 12. *Tab. II.*)

Okazanie Części I. Daymy, że w kole AGDB linia profta AB przechodzi przez centrum koła a, inne zaś CD, CD od tegoż centru a są oddalone. To otrzymawfzy, dowodzę, że linia AB większa ieft, niżeli ktorakolwiek z linji CD, przez centrum koła nieprzechodzących. Gdyż linia AB rowna ieft dwom promieniom aA y aB, (*przez Axioma* 1.) czyli rowna ieft promieniom aC y aD. (*przez Wniosek Defin:* 5. *Księgi III. y Axioma* 2.) Lecz dwa promienie aC y aD, większe są, niżeli linia profta CD, czyniąca bok ieden tegoż troygrańca CaD; (*przez Prop. IV. Księgi II.*) Więc linia także AB większa bydź musi od linii CD. (*przez Axioma* 2.) Co było do okazania.

Okazanie Części II. (*Figura* 13. *Tab. II.*) Daymy, że w kole BEQ linia BC bliższa ieft centru A, niżeli linia FG; co obwarowawszy, mowię: że linia BC większa ieft od linii FG. Do okazania tego gruntownie y iaśnie prowadzę wprzod z centrum A, do obwodu koła promienie AB, AF, AG, AC. Potym łuk FQG zmierzywszy cyrklem, stawiam ieden koniec iego w punkcie B, a drugim końcem z tąż samą otwartością cyrkla, ktorą zaiąłem łuk FQG, zaciągam do punktu a, y ucinam łuk BQa, rowny łukowi FQG. Nakoniec do punktu a prowadzę linie profte Ba, Ca, y promień Aa. To gdym uczynił; węgieł BaC, większy ieft od węgła AaC. (*przez Axioma* 1.) a tym samym (ponieważ troygraniec aAC ieft rowno-nożny *przez Wniosek Defin:* 5. *Księgi III.*) tenże węgieł BaC ieft większy y od węgła aCA (*przez axioma* 2.) dopieroż większy od węgła aCB, ktory iego ieft częścią; więc w troygrańcu BaA bok BC prze-

ciw-

ciw-legły większemu węgłowi BaC, większy ieſt, niżeli bok Ba przeciw-legły mnieyſzemu węgłowi aCB. A ponieważ w troygrańcu BAa, dwa boki z oſobna BA y Aa ſą rowne dwom z oſobna bokom FA y AG drugiego troygrańca FAG (*przez Wnioſek Definicyi* 5. *Kſięgi III.*) y do tego węgły BAa, FAG rownemi bokami zaięte, ſą między ſobą rowne, (*przez Przypiſek do Defin:* 8. *Kſięgi III.*) bo na rownych bokami ſwoiemi wſpieraią ſię łukach BQa, FQG; idzie zatym, że y bazy troygrańcow BAa, FAG to ieſt linie Ba, FG ſą rowne, (*przez Prop. V. Kſięgi II.*) więc linia BC, ktorąśmy wyżey pokazali bydź większą od linii Ba, większa także ieſt od rowney iey linii FG. (*przez Axioma* 2.) Co było do okazania.

Wnioſek I. Z tey Propozycyi wypada, że Dyameter koła ieſt naywiększy ze wſzyſtkich linii proſtych, ktore w polu tegoż koła mogą bydź powiedzione. Y na odwrot: linia proſta naywiększa ze wſzyſtkich linii proſtych, ktore w polu koła powiedzione bydź mogą, przez centrum tegoż koła przechodzi, a zatym ieſt iego Dyametrem.

Wnioſek II. Cięciwy wiążące rowne Łuki, ſą między ſobą rowne, y na odwrot: ieżeli w tymże kole cięciwy ſą ſobie rowne, łuki także temiż cięciwami związane, rowne ſobie ſą. Gdy bowiem łuki BQa, FQG ſą ſobie rowne, (*Fig. taż sama*) pokazaliśmy dopiero, że na ten czas troygrańce BAa, FAG ſą rowne, a zatym y bazy tychże troygrańcow, to ieſt cięciwy Ba, FG wiążące rowne łuki muſzą między ſobą bydź także rowne. Jeżeli zaś cięciwy Ba, FG wiążęce łuki FQa, y FQG, to ieſt, ieżeli bazy tychże troygrańcow

BAa, FAG ſą rowne ſobie, toć y węgły BAa, FAG troygrańcow ſobie rownych przeciw-ległe rownym bokom Fa, FG muſzą bydź ſobie rowne, (*przez Wnioſek I. Propozycyi V. Kſięgi II.*) czym rowne oraz ſobie bydź muſzą, rownemi związane cięciwami łuki BQa, FQG, na ktorych bokami ſwoiemi ſtoią rowne węgły BAa, y FAG, gdyż inaczey wſpomnione węgły nie mogłyby bydź ſobie rowne. (*przez* PRZYPISEK *do Definicyi* 8. *Kſięgi III.*)

Wnioſek III. Podobnież oczywiſta rzecz ieſt, iż cięciwa BC wiążąca łuk większy BQC, większa ieſt od cięciwy FG, wiążącey łuk mnieyſzy FQG, y na odwrot: że łuk BQC, większą cięciwą BC podwiązany, większy ieſt od łuku FQG, podwiązanego cięciwą mnieyſzą FG.

Wnioſek IV. Gdy w dwoch troygrańcach BAC, FAG, bok AB rowny ieſt bokowi AF, tudzież AC = AG, węgieł zaś BAC większy od węgła FAG, na ow czas baza taka BC większa bydź muſi od bazy FG.

PROPOZYCYA VI.

Jeżeli w kole AEDB (Figura 14. Tab. II.) z punktu b, ktory nie ieſt centrem koła, kilka linii proſtych bA, Bb, bC, bD do obwodu powiedzionych będzie.

Nayprzod: *Naywiększa z nich będzie linia bA, ktora przez centrum koła a przechodzi.*

Powtore: *Naymnieyſza będzie linia bD, ktora ieſt reſztą Dyametru AD.*

Potrzecie: *Z pomiędzy zaś innych, ktore od punktu b do obwodu poprowadzone bydź mogą, większa ieſt ktorakolwiek linia bB, bliżſza naywięk-*

kſzey

kſzey linii b A, niżeli ktorakolwiek linia b C, bardziey oddalona od teyże naywiękſzey linii b A.

Poczwarte: *Z tegoż punktu b, ktory nie ieſt centrem koła, dwie tylko linie proſte, a nie więcey, rowne ſobie do obwodu mogą bydź poprowadzone.*

Okazanie Części I. Od centru a powiodłſzy promień a B, ponieważ a A rowna ieſt a B, (*przez Wnioſek Definicyi* 5. *Kſięgi III.*) więc linia proſta b A, rowna ieſt ieſt dwom bokom a B y a b troygrańca B a b. (*przez Axioma* 3.) Lecz te dwa boki a B y a b większe ſą od bazy B b, (*prz. Prop.* 4. *Kſięgi* 2.) więc y linia b A większa ieſt od linii b B, (*przez axioma* 2.) y na tymże ſamym fundamencie większa od innych ktorychkolwiek linii, ktore z punktu b do obwodu powieść można. Co było do okazania.

Okazanie Części II. Powiodłſzy promień a C, dwie linie a b, b C większe ſą od linii a C; (*przez Prop. IV. Kſięgi II.*) lecz linia a D rowna ieſt linii a C; (*przez wnioſek Definicyi* 5. *Kſięgi III.*) więc dwie linie a b, b C, większe także ſą od linii a D; (*przez axioma* 2.) Zaczym odiąwſzy wſpolną linią a b, zoſtaie ſię linia b C większa od linii b D, (*przez axioma* 6.) Co było do okazania.

Okázanie Części III. Ponieważ promienie a B, a C. ſą ſobie rowne. (*przez Wnioſek Definicyi* 5. *Kſięgi III.*) więc dwa z oſobna boki B a, a b, troygrańca B a b, ſą rowne dwom z oſobna bokom C a, a b troygrańca C a b; lecz węgieł B a b ieſt większy od węgła C a b, (*przez axioma* 1.) zaczym y baza B b, większa bydź muſi od bazy C b. (*przez Wnioſek IV. Propoz: V. Kſięgi III.*) Co było do okazania.

Okazanie Części IV. Z centru a, pociągnąwſzy

D 4 pro-

promień aE, daymy, że dwa węgły CaD, DaE są sobie rowne, co bydź może, ieżeli łuki CD, DE rowne sobie są, (*przez Wniosek Definicyi* 8. *Księgi III.*) toż z punktu b do punktu obwodu E, niech będzie powiedziona linia prosta bE. Ponieważ więc promienie aC, aE są sobie rowne, linia zaś ab iest bokiem wspolnym obydwom troygrańcom Cab, baE; zaczym y bazy bC, bE przeciw-ległe rownym z kondycyi założoney węgłom, będą sobie rowne. (*przez Prop. V. Księgi II.*) Każda zaś insza linia rożna od tych dwoch bC, bE, albo iest bliższa linii naywiększey bA, albo dalsza, niżeli są linie bC, bE; zaczym musi bydź od nich albo większą, albo mnieyszą, (*przez Część III. Prop. ninieyszey*) więc z punktu b, ktory nie iest centrem koła, dwie tylko linie proste rowne sobie do obwodu powiedzione bydź mogą. Co było do okazania.

Wniosek. Ztąd idzie; że ten punkt w kole iest centrem onegoż, z ktorego trzy linie pociągnione do obwodu, są sobie rowne. A zatym kiedykolwiek dwie linie proste sobie rowne, przecinaią się w kole wzaiemnie na połowę, punkt przecinania onychże, iest centrem koła.

PROPOZYCYA VII.

Od punktu B za kołem ACc obranego (*Fig.* 15. *Tab.* 2.) *poprowadziwszy do koła ilekolwiek linii prostych BA, BD, BC; z tych nayprzod, ktore na wewnętrzną obwodu wypukłość padną, naywiększa iest linia prosta BA przechodząca przez centrum koła a.*

Powtore. *A z inszych linii prostych ta, ktora iest bliższa naywiększey linii BA, naprzykład linia BD,*

większa

większa iest od ktoreykolwiek linii daley legły, naprzykład od linii BE.

Potrzecie. *Z tych zaś, ktore na zewnętrzny obwodu okrąg padaią, naymnieysza iest linia prosta Bb, ktora powiedziona daley, przeszłaby przez centrum koła.*

Poczwarte. *A te, ktore będą bliższe naymnieyszey linii Bb, naprzykład linia Be, mnieysze są od linii daley ległych, naprzykład od linii BC.*

Popiąte. *Z tegoż punktu B dwie tylko linie proste między sobą rowne, tak na wewnętrzną, iako y na zewnętrzną obwodu stronę paść mogą.*

Okazanie Części I. Poprowadziwszy promień aD, ponieważ promienie aA, aD są sobie rowne, (*przez Wniosek Definicyi* 5. *Księgi III.*) linia prosta BA rowna iest dwom liniom aB, aD razem wziętym, (*przez axioma* 1.) lecz te dwie linie proste aB, aD razem wzięte, większe są od linii prostey BD. (*przez Prop. IV. Księgi II.*) Więc zamiast linii aD, wziąwszy rowną iey aA, będzie linia prosta BA, większa od linii BD; (*przez axioma* 2.) y dla teyże samey przyczyny większa będzie nad ktorąkolwiek inną linią, od punktu B, na wewnętrzną obwodu wypukłość padaiącą. Co było do okazania.

Okazanie Części II. Powiodłszy promień aE, dwa boki aD, aE są sobie rowne, (*przez Wniosek Definicyi* 5. *Księgi III.*) y bok aB, wspolny obydwom troygrańcom DaB, y EaB; węgieł zaś DaB iest większy od węgła EaB, (*przez Axioma* 1.) więc baza DB większa iest od bazy EB. (*przez Wniosek IV. Propozycyi V. Księgi III.*) Co było do okazania.

Okaza-

Okazanie Części III. Pociągnąwszy od centru do obwodu promień ae, będzie ab = ae, (*przez Wniosek Defin: 5. Księgi III.*) lecz dwie linie ae, eB większe są od linii aB; (*przez Propoz: IV. Księgi II.*) więc odiąwszy rowne części ae, ab, zostanie linia eB większa od linii bB. (*przez Axioma 6.*) Tymże sposobem pokazać można, że linia CB, y ktorakolwiek inna, większa iest od linii bB; zaczym ta ze wszystkich linii za kołem padłych, iest naymnieysza. Co było do okazania.

Okazanie Części IV. Dwie linie aC, CB większe są od dwoch linii ae, eB; (*przez Defin: 5. Księgi I.*) więc od obydwoch odiąwszy linie aC, ae, ktore sobie są rowne, (*przez wniosek Def. 5. Księgi III.*) zostanie się prosta linia CB większa od linii eB. (*przez Axioma 6.*) Co było do okazania.

Okazanie Części V. *Iż dwie tylko linie proste między sobą rowne z punktu B, tak na zewnętrzną, iako y na wewnętrzną obwodu kołowego stronę paść mogą.*

Węgieł Bae rowny bydź może węgłowi Bac, (*przez okazanie Części IV. Prop. 6. Księgi ninieyszey*) linie zaś proste ac, ae są rowne sobie; a linia aB iest bok wspolny obydwom troygrańcom caB, eaB; zaczym y bazy tych dwoch troygrańcow, mogą bydź między sobą rowne, (*przez Prop. V. Księgi II.*) to iest dwie linie proste Bc y Be na zewnętrzną obwodu kołowego stronę z punktu B spuszczone. Ktorakolwiek zaś trzecia linia prosta, do teyże obwodu strony powiedziona, albo iest bliższa naymnieyszey linii Bb, albo dalsza niżeli linie Bc, Be; a zatym albo mnieyszą, albo większą od nich bydź musi. (*przez Część IV.*

IV. Propozycyi niniey∫zey) Tymże ∫amym ∫po∫obem okazać można, iż y na wewnętrzną obwodu kołowego ∫tronę CDA, dwie tylko także linie pro∫te między ∫obą rowne z punktu B ∫pu∫zczone bydź mogą. Co było do okazania.

PROPOZYCYA VIII.

Gdy koła na wierzchu pła∫kim (in ∫uperficie plana) *przecinaią ∫ię, lub dotykaią wewnątrz; centru w∫polnego mieć nie mogą. (Figura* 16. *Tab. II.)*

Okazanie. Gdyby albowiem koła wzaiemnie przecinaiące ∫ię, lub wewnątrz dotykaiące mogły mieć w∫polne centrum, naprzykład w punkcie A; tedy promienie z centru w∫polnego do obwodu obydwoch koł powiedzione, powinny bydź rowne, to ie∫t: AF = AB, y AC = AB, *(przez Wnio∫ek D.finic:* 5. *K∫iegi III.)* a ztąd AF = AC. Lecz cała linia AF żadną miarą nie może bydź rowna części ∫woiey AC; *(przez Axioma* 1.) więc koła wzaiemnie przecinaiące ∫ię, lub dotykaiące wewnątrz, w∫polnego centru w iednym punkcie mieć nie mogą. Co było do okazania.

Wnio∫ek. Z tey Propozycyi łatwo okazać można, iż koła w dwoch tylko punktach przecinaią ∫ię wzaiemnie. Bo gdyby w punktach więcey nad dwa, naprzykład w punktach trzech B, C, F, *(Figura* 17. *Tab. II.)* przecinały ∫ię, tedy trzy linie pro∫te od centru A koła QL, do tychże punktow B, C, F powiedzione AB, AC, AF, ktore ∫obie ∫ą rowne, *(przez wnio∫ek Defin:* 5. *K∫iegi III.)* zasięgałyby także do obwodu koł OS; zaczym punkt A byłby centrem tak koła QL, iako y koła OS. *(przez Wnio∫ek Prop.* 6. *K∫ięgi III.)* Więc dwa

koła

koła QL y OS wzaiemnie ſię przecinaiące, miałyby iedno wſpolne centrum. Co ſię iawnie ſprzeciwia okazaney dopiero Propozycyi.

PROPOZYCYA IX.

Gdy dwa koła, czyli to wewnętrznie, czyli zewnętrznie dotykaią ſię, linia proſta przez centra ich powiedziona, przechodzi przez punkt dotykania ſię. (Figura 18. y 19. Tab. II.)

Okazanie Części I. Jeżeli dwa koła BL, BO, dotykaią ſię wewnętrznie w punkcie B, linia proſta przez centra ich A, I powiedziona, przechodzi przez punkt dotykania ſię B. Daymy albowiem przez niepodobieńſtwo, że centra koł BL, BO tak leżą, iż linia proſta przez nie powiedziona, nie pada na punkt dotykania ſię B, lecz koła przecina w punktach O y L, tudzież, że centra tych koł ſą A y C. Ponieważ więc linie CB y CO, z mniemanego centru C koła BO do obwodu powiedzione, powinny bydź ſobie rowne, (*przez Wnioſek Defin: 5. Kſięgi III.*) zatym dodawſzy im wſpolną linią AC, linie AC y CB, powinny bydź rowne liniom AC, CO; czyli linii całey AO, (*przez Axioma 3.*) lecz linie AC y CB więkſze ſą od linii AB, (*przez Prop. 4. Kſięgi II.*) zatym y linia AO więkſza bydź powinna od linii AB, (*przez Axioma 2.*) a że taż linia AB rowa ieſt linii AL, (*przez wnioſek Defin: 5. Kſięgi III.*) więc linia AO więkſząby bydź powinna y od linii AL, (*przez Axioma 2.*) co żadną miarą bydź nie może. (*przez Axioma 1.*)

Okazanie Części II. (Figura 19. Tab. 2.) Jeżeli koła CD, RQ zewnętrznie dotykaią ſię w punkcie S, linia EF łącząca centra ich E y F, przez dotykania

nia

nia ſię punkt S przechodzi. Daymy bowiem przez niepodobieńſtwo, że centra tych koł w punktach A y B, tak leżą, iż linia proſta AB, przez też mniemane centra powiedziona, nie przechodzi przez S punkt dotykania ſię, ale koła przecina w punktach O y Q. Powiodłſzy od centrow mniemanych do obwodu linie AS, BS, powinna bydź linia AS, rowna linii AO, tudzież linia BS, rowna linii BQ. (*przez Wnioſek Definicyi* 5. *Kſięgi III.*) Lecz AS y SB większe ſą od linii AB; (*przez Prop.* 4. *Kſięgi II.* więc y linie AO, BQ, części linii AB powinnyby bydź większe, od całey teyże ſamey linii AB. (*przez Axioma* 2.) Co żadną miarą bydź nie może. (*przez Axioma* 1.)

Wnioſek I. Z tey Propozycyi y z iey okazania każdy za rzecz niezawodną mieć powinien, iż koła czyli to zewnętrznie, czyli wewnętrznie, w iednym tylko punkcie dotykać ſię mogą.

Wnioſek II. Jeżeli dwa koła, bądź zewnętrznie, bądź wewnętrznie dotykaią ſię, linia proſta z centrū iednego koła przez punkt dotykania ſię powiedziona, przechodzić powinna y przez drugiego koła centrum. Co naturalnie wypływa z ninieyſzey Propozycyi.

PROPOZYCYA X.

Zrobić węgieł rowny danemu węgłowi DEF. (*Figura* 20. *Tab.* 2.)

1. Od punktu E wierzchołku danego węgła, z ktorąkolwiek cyrkla otwartością odryſuy łuk GH.

2. Powiodłſzy na oſobnym mieyſcu proſtą linią ef, z iey punktu e, tąż ſamą cyrkla otwartością odryſuy łuk hi.

3. Po-

3. Postawiwszy ieden koniec cyrkla w punkcie H, drugim zasiągniy do G punktu przecięcia na linii ED.

4. Zachowuiąc też samę otwartość cyrkla, podług niey łuk hi, przetniy w punkcie g.

5. Przez punkt przecięcia g, od punktu e powiedź linią prostą ed. Tym sposobem stanie się węgieł geh, rowny danemu węgłowi GEH.

Okazanie. Bo linie EG, EH, eg, eh, tudzież Łuki HG y hg są sobie rowne, (*przez same ich robienie*) więc y węgieł geh musi bydź rowny danemu węgłowi GEH. (*przez Przypisek Definicyi* 8. *Księgi III.*)

Wniosek. (*Fig.* 21. *Tab.* 2.) Podobnym sposobem poprowadzić można przez dany punkt G, linią rowno-ległą względem linii CB. Gdyż z danego punktu G, powiodłszy iakąkolwiek linią prostą GF, do daney linii CB, a z punktu F łuk GD, iako też z punktu D, tąż samą cyrkla otwartością łuk FA odrysowawszy; potym podług miary łuku DG, przeciąwszy łuk FA w punkcie A, a przez tenże punkt A, y przez dany punkt G powiedziona linia NM, będzie rowno-ległą względem daney linii CB; (*przez wniosek II. Prop. V. Księgi I.*) ponieważ węgły naprzemian ległe GFD, FGA są rowne sobie. (*przez Propozycyą ninieyszą.*)

Przypisek I. (*Fig.* 22. *Tab.* 2.) *W polu także sznurem, lub łańcuchem węgieł z iednego mieysca, na drugie przenieść można; to iest: zrobić nprz: węgieł na mieyscu C, rowny danemu węgłowi na mieyscu A, to zaś w sposob następuiący.*

1. *Na mieyscu danym C, wetkniy kii, tudzież na mieyscu d tak; ażeby linia Cd, linii AD wprzod zmierzoney rowna była.* 2. Za

2. *Za obydwa kiie na mieyſcu C, y na mieyſcu d, zatknięte, zadziergnąwſzy dwa powrozy, y związawſzy ie tak: żeby ieden był długości AF, drugi długości DF, wyciągniy potym, y kołkiem trzecim zabiy na mieyſcu, gdzie ſię schodzą z ſobą,* nprz: *na mieyſcu f. Tym ſpoſobem zrobiſz węgieł dCf, rowny danemu węgłowi DAF. Bo bok Cf, rowny będzie AF, Cd rowny AD, df rowny DF; (przez ſame ich robienie) a zatym y węgieł C rowny danemu węgłowi A. (przez wnioſek I. Propozycyi V. Kſięgi II.)*

PRZYPISEK II. *(Figura 23. Tab. 2.) Na tym fundamencie znaleść można odległość dwoch mieyſc A y B, z ktorych iedno tylko mieyſce B ieſt doſtępne: a to w ſpoſob niżey opiſany.*

1. *Na obranym podług upodobania mieyſcu E, wbiwſzy kiy, y zmierzywſzy proſtą linią EB. idź proſto z mieyſca E, ku mieyſcu C poty, poki linia zmierzona EB nie będzie rowna linii EC.*

2. *W mieyſcu C zatknąwſzy kiy tak: ażeby punkta CEB na iedney były linii proſtey. zrob węgieł C rowny węgłowi B ſpoſobem, ktoryśmy podali w poprzedzaiącym Przypiſku.*

3. *Potym z mieyſca C uday ſię na mieyſce D, w ktorymbyś kiy tak mogł zatknąć, aby w linią proſtą z punktami FC, y z punktami E A wychodził.* 4. *To uczyniwſzy, zmierz linią DC, ta będzie rowna linii niedoſtępney BA. Gdyż węgieł B, rowny ieſt węgłowi C, a linia proſta CE, rowna linii BE. (przez ſamè ich robienie) Procz tego węgły DEC, BEA ſą wierzchołkiem przeciw-ległe, a tym ſamym rowne ſobie, (prz: Prop. II. Kſię: I.) więc y linia DC rowna bydź muſi linii BA. (przez Wnioſek II. Prop. V. Kſięgi II.)* PRZY-

Przypisek III. (*Figura* 24. *Tab. II.*) *Tymże ſamym ſpoſobem można zmierzyć rzeki ſzerokość AB. Lecz ieżeli przy brzegu rzeki nie można linii BD tak pociągnąć wproſt, ażeby linią DE rowną zrobić linii BD, tedy w takowym razie wetkniy kiy na mieyſcu C iakożkolwiek odległym od brzegu rzeki, z tą iednak kondycyą; żeby punkta CBA leżały na iedney linii proſtey. Potym uczyniwſzy to wſzyſtko, co ſię w poprzedzaiącym Przypiſku wyraziło, linia EF rowna będzie linii CA. Zaczym od linii EF odciąwſzy linią Fb rowną linii CB, zoſtanie ſię linia bE, rowną linii BA. (przez axioma* 4.) *Zmierzywſzy więc linią bE, wiadoma będzie rzeki ſzerokość AB.*

PROPOZYCYA XI.

Węgieł przy centrze, dwa razy ieſt większy od węgła przy obwodzie kołowym, ieżeli obydway na iednymże ſtoią łuku. (*Figura* 25. *Tab. II.*)

Okazanie. Ponieważ troiakim ſpoſobem węgieł przy centrze, na tymże łuku, co y węgieł przy odwodzie ſtać może; zaczym troiakie okazanie zadaney Propozycyi bydź powinno.

Daymy więc. *Nayprzod:* że węgły ABC y ADC na iednymże łuku AC tak ſtoią, iż węgła tykaiącego ſię obwodu, bok ieden AD pada na ieden bok AB węgła przy centrze ległego. Mowię: że węgieł ABC legły przy centrze koła, dwa razy ieſt większy od węgła ADC tykaiącego ſię obwodu. Gdyż węgieł ABC ieſt zewnętrzny względem troygranica CDB, zaczym rowny ieſt dwom węgłom przeciw-ległym wewnętrznym (*przez Prop. II. Kſięgi II.*) D y C. Lecz promienie BD, BC,

to ieſt:

to ieſt: boki troygranica CDB ſą ſobie rowne; (*przez Wnioſek Definicyi* 5. *Kſięgi III.*) a tym ſamym y węgieł D rowny węgłowi C, (*przez Wnioſek* 2. *Propozycyi* 3. *Kſięgi II.*) więc węgieł ABC muſi bydź dwa razy większy od węgła D. Co było do okazania.

Daymy. *Powtore:* Ze boki węgła przy centrze ABC leżą między bokami węgła, przy obwodzie ADC. (*Figura* 26. *Tab. II.*) Obydway zaś te węgły ſtoią na iednymże łuku AEC; dowiodę y tu, że węgieł przy centrze ABC dwa razy większy ieſt od węgła przy obwodzie ADC. Poprowadziwſzy bowiem linią proſtą DBE przechodzącą przez B centrum koła, węgieł ABE ieſt dwa razy większy od węgła ADE, y węgieł EBC, także dwa razy większy od węgła EDC. (*przez Okazanie poprzedzaiące*) Więc cały węgieł ABC także dwa razy większy ieſt od całego węgła ADC. Co było do okazania.

Daymy. *Potrzecie:* Ze boki węgła przy obwodzie ADC, y węgła przy centrze ABC, przecinaią ſię, (*Figura* 27. *Tab. II.*) a obydwa na tymże łuku AFC ſtoią; dowodzę: iż węgieł przy centrze ABC dwa razy ieſt większy od węgła ADC, ktory tyka obwodu. Bo poprowadziwſzy linią DBE, cały węgieł CBE (iakośmy iuż okazali) ieſt dwa razy większy od całego węgła CDE. Lecz węgieł ABE ieſt także dwa razy większy od węgła ADE. Więc od węgła całego EBC odiąwſzy węgieł ABE, tudzież od węgła całego EDC, węgieł ADE, zoſtanie węgieł ABC dwa razy większy od węgła ADC. Co było do okazania.

WNIOSKI.

Wniosek I. (*Fig.* 25. *Tab. II.*) Wszystkie węgły w tymże samym koła segmencie ległe, na iednym wspieraiące się łuku y obwodu tykaiące, są sobie rowne; to iest: rowne sobie są węgły AdC, ADC w tymże samym koła segmencie AdDC. (*przez Axioma* 7.) Gdyż każdy z nich z osobna wzięty, iest połową węgła ABC, przy centrze koła ległego. (*przez Propozycyą nimieyszą.*)

Wniosek II. (*Figura* 25. *Tab. II.*) Węgieł przy obwodzie ADC, na łuku AC leżący, rowny iest węgłowi przy centrze FBC, stoiącemu na łuku FC, ktory iest połową łuku AC, gdyż obydway węgły ADC, FBC są połową iednegoż węgła ABC, a zatym muszą bydź sobie rowne. (*przez Axioma* 7.)

Wniosek III. (*Figura* 26. *Tab. II.*) Wymiarem węgła przy obwodzie ległego, iest połowa łuku, na ktorym tenże węgieł stoi. Tak wymiarem węgła ADC, iest AE, połowa łuku AC, cały albowiem łuk AEC, iest miarą węgła ABC, (*przez Przypisek Definicyi* 8. *Księgi III.*) ktorego węgieł ADC iest połową. (*przez Propozycyą nimieyszą.*)

Wniosek IV. (*Fig.* 28. *Tab. II.*) Węgieł ADB w puł kole iest prosty. Bo iego wymiarem iest ćwierć obwodu, czyli połowa puł obwodu AEB, na ktorym tenże węgieł stoi, (*przez Wniosek poprzedzaiący*) podobnym sposobem węgieł AbD, w mnieyszym Segmencie iest wklęsły; Węgieł zaś ABD, w Segmencie większym iest spiczasty. Gdyż węgieł AbD stoi na łuku AEBD, a zatym wymiarem iego iest łuk większy nad cwierć obwodu. Węgieł zaś ABD, stoi na łuku AbD, wymiarem

więc

więc iego ieſt łuczek mnieyſzy nad cwierć obwodu.

Wnioſek V. Idzie zatym, że ta część koła w ktorey mieści ſię węgieł proſty, ieſt puł-koło, ta zaś ieſt od puł-koła większa, w ktorey węgieł ſpiczaſty leży. A ta część koła mnieyſza ieſt od puł-koła, w ktorey ieſt węgieł wklęſły.

Wnioſek VI. Czworgrańca w polu koła odryſowanego ABCF, (*Figura* 29. *Tab. II.*) dwa przeciw-ległe węgły B y F, albo A y C razem wzięte, ſą rowne dwom węgłom proſtym. Poprowadziwſzy albowiem linie BF, CA, węgieł ABC oraz z węgłami O y X, rowny ieſt dwom węgłom proſtym, (*przez Prop.* 1. *Kſięgi II.*) lecz węgieł o, rowny ieſt węgłowi i, a węgieł X, rowny węgłowi Z, (*przez wnioſek I. Prop. ninieyſzey*) więc węgieł ABC, oraz z węgłami i, Z, to ieſt: z całym przeciw-ległym węgłem AFC, rowny ieſt dwom węgłom proſtym. Tymże ſamym ſpoſobem okazać można, że y węgły A, C, dwom węgłom proſtym rowne ſą.

Przypisek. (*Fig:* 30. *Tab. II.*) Na fundamencie Wnioſku IV. Prop. ninieyſzey, naylepſzy ſpoſob ieſt naſtępuiący *poprowadzenia linii tykaiącey z danego* np. *punktu O do koła BQ. Z centru A do danego punktu O, poprowadziwſzy linią proſtą AO, przetniy ią na połowę w punkcie P. Toż z centru P przez punkta A y O odryſuy pułkoło ABO, ktore w punkcie B przecina obwod danego koła BQ. Linia proſta powiedziona od punktu danego O, do punktu przecięcia B, będzie linią tykaiącą. Gdyż złączywſzy linią proſtą punkta A y B, węgieł ABO w pułkole ieſt proſty, iakośmy w IV. Wnioſku powiedzieli. Dla tego linia OB, dotyka ſię danego koła BO.* (*przez Propozycyą* 3. *Kſięgi III.*)

PROPOZYCYA XII.

Węgieł segmentu zaięty linią tykaiącą koła, y cięciwą przez punkt dotknięcia powiedzioną, rowny ieſt węgłowi ſtoiącemu w ſegmencie na przemian ległym. (Figura 31. Tab. II.)

Okazanie. Daymy, iż powiedziona ieſt linia tykaiąca F A G, y cięciwa AD, mowię: że węgieł ſegmentu FAD, rowna ſię węgłowi AED, w ſegmencie naprzemian ległym ſtoiącemu. Tudzież, że węgieł ſegmentu G A D, rowny ieſt węgłowi AID, ſtoiącemu także w ſegmencie naprzemian ległym. Gdyż poprowadziwſzy Dyameter ACB, y punkta D, B złączywſzy linią proſtą DB, węgieł ADB w pułkole ieſt proſty, (*przez Wnioſek* 4. *Prop.* 11. *Kſięgi* 3.) zaczym w troygrańcu proſtokątnym ADB, węgły DAB, DBA rowne ſą iednemu węgłowi proſtemu, (*przez Wnioſek* 3. *Prop.* 1. *Kſięgi* 2.) a tym ſamym obydwa razem rowne ſą węgłowi FAB, ktory także ieſt proſty. (*przez okazanie Części II. Propoz:* 3. *Kſięgi* 3.) Więc od rownych ſobie węgłow odiąwſzy wſpolny węgieł DAB, zoſtanie węgieł FAD, rowny węgłowi DBA. (*przez Axioma* 4.) Lecz węgieł DBA, rowny ieſt węgłowi AED, (*przez Wnioſek* 1. *Propozycyi* 11. *Kſięgi* 3.) więc węgieł F A D rowny także bydź muſi węgłowi A E D. (*przez Axioma* 2.) A że czworgrańca w polu koła odryſowanego dwa węgły przeciw-legle AID, AED ſą rowne dwom węgłom proſtym, (*przez Wnioſek* 6. *Propozycyą* 11. *Kſięgi* 3.) zaczym rowne bydź muſzą węgłom FAD, DAG, ktore czynią dwa węgły proſte, (*przez Propozycyą* 1. *Kſięgi* 1.) pokazaliśmy zaś, że węgieł FAD, rowny ieſt węgłowi AED, więc y węgieł

giel GAD, rowny ieſt węgłowi AID. (*przez Axioma* 4.) Co było do okazania.

Wnioſek I. Z tey Propozycyi y z Wnioſku III. Propozycyi poprzedzaiącey, oczywiście pokazuie ſię, że węgła FAD ſegmentu mnieyſzego, miarą ieſt połowa łuku AID, cięciwą AD związanego, tudzież, że węgła DAG ſegmentu większego, miarą ieſt połowa łuku AED.

Wnioſek II. (*Figura* 32. *Tab. II.*) Dwie linie proſte tykaiące koła, od iednego punktu za kołem wziętego powiedzione, ſą ſobie rowne. Tak rowne ſobie ſą linie proſte eb, ed tykaiące koła AGB, z iednego punktu e, za kołem wziętego powiedzione: albowiem przez punkta dotknięcia b, d poprowadziwſzy linią proſtą bd, węgły ebd, edb ſą ſobie rowne, bo ieden maią wymiar, to ieſt: połowę łuku bGd cięciwą bd związanego. (*przez Wnioſek poprzedzaiący*) Zaczym w troygrańcu bed dwa boki przeciw-ległe rownym węgłom przy bazie leżącym, ſą rowne ſobie. (*przez Wnioſek II. Prop. III. Kſięgi II.*) Te zaś ſą dwie linie tykaiące koła eb, ed.

PROPOZYCYA XIII.

W polu regularney pięcio-boczney figury odryſować koło: tudzież regularną pięcio-boczną figurę kołem otoczyć. (*Figura* 33. *Tab. II.*)

Rozwiązanie. Dwa węgły daney pięcio-boczney figury B y C, przetniy na połowę proſtemi liniami BA, CA ſchodzącemi ſię w punkcie A, od ktorego powiedź do boku CB, linią pionową AL. Potym punkt A wziąwſzy za centrum, a linią AL za promień, czyli otwartość cyrkla, y odryſowawſzy

nim koło, mowię: że to dotykać się będzie wszystkich, daney pięcio-boczney Figury bokow, a zatym że iest w niey regularnie odrysowane. Jeżeli zas z tegoż centrum A, wziąwszy za promień, czyli otwartość cyrkla linią AB, (ktorą węgieł B na dwoie iest przecięty) koło odrysuiesz, tedy to niezawodnie przechodzić będzie przez punkta B, C, D, E, F, y daną pięcio-boczną figurę obwodem swoim regularnie otoczy. (*czytay Defin: 23. y 24. tey III. Książki.*)

Okazanie Części I. W troygrańcach DCA, BCA, ponieważ bok DC, rowny iest bokowi BC. (*przez założoną kondycyą*) Bok AC obydwom troygrańcom wspolny, a do tego węgieł P rowny węgłowi O; (*przez same robienie*) będzie zatym y węgieł G rowny węgłowi I. (*przez Propozycyą V. Księgi II.*) ale całe także węgły B, D, są sobie rowne. (*przez założoną kondycyą*) Więc iako węgieł G iest połową węgła B, tak y węgieł I połową iest węgła D, a tym samym węgieł D iest na połowę przecięty linią AD. Dla teyże samey przyczyny y innę pięcio-kątne węgły E, F, są na połowę przecięte, a tym samym wszystkie węgły tak podzielone, są między sobą rowne. Ale nad to powiodłszy linie pionowe AM, AS, AN, AR, ponieważ w troygrańcach LBA, MBA dwa węgły z osobna wzięte, węgieł G y węgieł BLA rownaią się z osobna wziętym węgłowi Q y węgłowi BMA, y bok BA, obydwom troygrańcom iest wspolny, ztąd y linie AL, AM, są sobie rowne, (*przez Wniosek 3. Prop. 5. Księgi II.*) a dla podobneyże przyczyny y inne wszystkie powiedzione linie pionowe AM, AS, AN, AR, muszą bydź mię-

dzy ſobą rowne, więc koło z centru A, przechodzące przez puknt L, przechodzić muſi przez wſzyſtkie inne punkta M, S, N, R, (*przez Defin:* 1. *Kſięgi III.*) y w tychże punktach dotykać ſię piąciu bokow danego pięcio-kąta. (*przez Prop. V. Kſięgi III.*) Co było do okazania.

Okazanie Części II. Dopiero co dowiedliśmy, że w troygrańcu CAB, węgły O y G ſą ſobie rowne, przetoż boki także AC y AB rowne ſobie bydź muſzą, (*przez Wnioſek* 2. *Propoz:* 3. *Kſięgi II.*) a z teyże ſamey przyczyny linie AB, AF, AE, AD, ſą także y ſobie, y liniom AC, AB rowne. Więc koło z centru A przez punkt B odryſowane, y przez punkta C, D, E, F, przechodzić muſi, a zatym pięcio-kątna Figura regularna kołem ieſt otoczona. Co było do okazania.

Wnioſek I. Tymże ſamym ſpoſobem, co dopiero okazaney Propozycyi podanym, w polu każdey Figury rowno-boczney y rowno-kątney odryſować można koło, tudzież każdą Figurę rowno-boczną y rowno-kątną kołem otoczyć.

Wnioſek II. (*Figura* 34. *Tab.* 2.) W polu także iakiegokolwiek troygrańca, acz nie rownobocznego y nierowno-kątnego, tym ſamym ſpoſobem odryſuieſz koło. Danego *np.* troygrańca proſtemi liniami CA, EA ſchodzącemi ſię w punkcie A. Z tego punktu A powiedź linie pionowe AB, AG, AF. To gdy uczyniſz, dowiodę tego, że koło z centru A przez punkt B odryſowane, przechodzić oraz będzie przez punkta G, F, y dotykać ſię trzech bokow danego troygrańca. Bo że w troygrańcach CAG, CAB, węgły AGC, ABC ſą proſte, (*z ſamego robienia*) a tym ſamym ſobie rowne,

 (*przez

(*przez Definicyą* 11. *Kſięgi I.*) Węgły oraz GCA, BCA muſzą bydź ſobie rowne, (*przez axioma* 7.) bo ſą połowy całego węgła C. (*z ſamego robienia*) Do tego bok AC obydwom troygrańcom ieſt wſpolny, toć y bok AG rowna ſię bokowi AB. (*przez Wnioſek* 3. *Prop.* 5. *Kſięgi II.*) Przez podobny wywod pokazałbym łatwo, że y linia AF rowna ieſt linii AB. Więc koło z centru A przez punkt B odryſowane, przechodzi y przez punkta G, F. Ze zaś węgły przy punktach B, G, F, ſą proſte, (*z samego robienia*) dotyka ſię wſzyſtkich trzech troygrańca bokow. (*przez Prop.* 3. *Kſięgi III.*)

Wnioſek III. (*Figura* 35. *Tab.* 2.) Troygraniec zaś iakikolwiek kołem otoczyſz, w ten ſpoſob: troygrańca danego BCD dwa boki BC, CD przetniy na połowę w punktach E, O powiedź linie pionowe EA, OA ſchodzące ſię z ſobą w punkcie A; to gdy uczyniſz, mowię: iż punkt A ieſt centrem koła, ktore ma bydź odryſowane przez punkta B, C, D, czyli, ktore ma otaczać, dany troygraniec BCD. Gdyż ieżeli z punktu A powiedzieſz linie proſte AC, AD, AB, dwa boki z oſobna wzięte DO, AO, troygrańca AOD rowne będą dwom z oſobna wziętym bokom CO, OA troygrańca AOC, (*z samego robienia*) a do tego węgły przy punkcie O ległe, ſą ſobie rowne. (*przez Definicyą* 12. *Kſięgi I.*) Więc y bok AD muſi bydź rowny bokowi AC. (*przez Prop. V. Kſięgi II.*) Tymże ſamym ſpoſobem okazać można, że linia AB rowna ieſt linii AD. (*przez Axioma* 2.) Zaczym koło z centru A przez punkt B odryſowane, przechodzić oraz będzie przez punkta C y D, a tym ſamym dany iakikolwiek troygraniec, *nprz:* BCD kołem otoczony będzie.

Przypisek. *Wiedzieć należy, że podług rożnego gatunku troygrańca kołem otoczonego, rożnie przypaść może y centrum tegoż koła. Jeżeli troygraniec ieſt oſtro-kątny, centrum koła przypadnie w polu troygrańca. Jeżeli troygraniec ieſt proſtokątny, centrum koła przypadnie na boku proſtemu kątowi przeciw-ległym. W troygrańcu zaś wklęsłokątnym, centrum koła przypadnie w mieyſcu iakim ległym za troygrańcem. Co iaſna ieſt z Wnioſku IV. y V. Propozycyi XI.*

PROPOZYCYA XIV.

W polu danego koła regularną ſześcio-boczną Figurę (hexagonum) *odryſować. (Fig. 36. Tab. 2.)*

Rozwiązanie. Powiodłſzy Dyameter FAB, z punktu B przez centrum A odryſuy koło, ktoreby obwod danego koła przecinało w punktach C y D. Potym z punktu F przez centrum A odryſuy drugie koło, ktoreby także obwod danego koła przecinało w punktach E y G. Toż te ſześć punktow B, C, E, F, G, D złączywſzy liniami proſtemi, będzie w polu danego koła odryſowana regularna Figura ſześcioboczna.

Okazanie. Z centru A powiodłſzy promienie AC, AE, AG, AD, te będą ſobie rowne. (*przez Wnioſek Definicyi Kſięgi III.*) Ale AB, BD, BC, tudzież AF, FG, FE rowne także bydź ſobie muſzą. (*przez Wnioſek Defin: 5. Kſięgi III.*) Więc wſzyſtkie oraz AC, AE, AG, AD, AB, BD, BC, AF, FG, FE rowne ſą ſobie, (*przez Axioma 2.*) a zatym troygrańce H, I, M, L, ſą rowno-boczne. Ponieważ więc w troygrańcu H wſzyſtkie trzy węgły ſą ſobie rowne, (*przez Wnioſek 1. Prop. 3. Kſięgi 2.*)

a razem

a razem wzięte, rowne ſą dwom węgłom proſtym. (*przez Propozycyą I. Kſięgi II.*) Dla tego ieden ktorykolwiek węgieł tegoż rowno-bocznego troygrańca *np.* węgieł CAB, ieſt trzecią częścią dwoch proſtych węgłow. Dla teyże przyczyny y węgieł FAE troygrańca rowno-bocznego M ieſt także trzecią częścią dwoch proſtych węgłow. A zatym dwa węgły CAB, FAE ſą dwie części dwoch proſtych węgłow, zkąd oczywiſta rzecz ieſt, iż węgieł EAC czyni trzecią część dwoch proſtych węgłow. (*przez Wnioſek I. Propozycyi I. Kſięgi I.*) A tym ſamym węgły EAC, CAB muſzą bydź ſobie rowne. Lecz boki także EA, AC rowne ſą bokom BA, AC, (*przez Wnioſek Defin: 5. Kſięgi III.*) więc y baza EC rowna ieſt bazie CB, (*przez Prop. V. Kſięgi II.*) to ieſt: iako ſię iuż pokazało, promieniowi AC. (*przez Axioma 2.*) Zaczym troygraniec N ieſt także rowno-boczny, y toż ſamo okazaćby można o troygrańcu K. Ponieważ więc wſzyſtkie troygrańce H, I, K, L, M, N, ſą rowno-boczne, rzecz oczywiſta ieſt, że wſzyſtkie z oſobna ſześcio-kąta boki CB, BD, DG, GF, FE, EC, rowne ſą promieniowi AC, czyli AB, a tym ſamym y między ſobą ſą także rowne. (*przez Axioma 2.*) Więc ſześcio-kąt w polu koła odryſowany, ieſt rowno-boczny; ale oraz ieſt y rowno-kątny, bo wſzyſtkie z oſobna iego węgły E, C, B, D, G, F, ſkładaią ſię z dwoch rowno-bocznego troygrańca węgłow ſobie rownych. A zatym ſześcio-kąt, ktory odryſowaliśmy, w polu koła ieſt regularny. Co było do okazania.

Wnioſek I. (*Fig. taż ſama*) Z okazania tey Propozy-

pozycyi widziemy oczywiście, że bok ſześcio boczney Figury odryſowany w polu koła, czyli cięciwa łuk ſześćdzieſiąt graduſow wiążąca, rowna ſię promieniowi tegoż koła. Y na tym fundamencie pułcięciwie graduſow trzydzieſtu, rowne ieſt połowie promienia. (*przez Deſin: 11. Kſięgi III. y przez Axioma 7.*)

Wnioſek II. Na fundamencie okazania teyże ſamey Propozycyi, bardzo łatwo odryſować można w polu danego koła troygraniec rowno-boczny, a to w ten ſpoſob: Powiodłſzy Dyameter FB, (*Figura 36.*) y z punktu B przez centrum A odryſowawſzy łuk CAD, punkta C, F, D, złącz liniami proſtemi. Z ktorych uformowany troygraniec w polu koła będzie rowno-boczny.

Przypisek. *Dotąd ieſzcze Ziemiomiernikom niewiadomy ieſt ſpoſob na odryſowanie w polu koła geometrycznie, to ieſt: ſamym Cyrklem y linią wſzyſtkich, iakie bydź mogą, Figur wielo bocznych, maiących np. bokow 7, 9, 11, 13, &c. to bowiem zawiſło od podziału obwodu kołowego na dane części; a takowego podziału ſpoſob generalny nie ieſt ieſzcze wynaleziony. Mechanicznie iednak, czyli praktycznie można iakąkolwiek regularną wielo-boczną Figurę w polu koła odryſować ſpoſobem naſtępuiącym, przez liczbę bokow danego wielo-kąta, podziel trzyſta ſześćdzieſiąt graduſow, ktore ſą powſzechnym wymiarem każdego obwodu kołowego, a wieloraz czyli quotus z tey Dywizyi wypadaiący; ile graduſow zamykać w ſobie będzie, tyleż graduſow biorący w ſiebie węgieł zrob przy centrze koła; Łuk zaś, na ktorym ten węgieł ſtać będzie, podwiązawſzy cięciwą, cięciwa ta będzie bokiem danego*

wielo-

wielokąta. Naprzykład (Figura 37. Tab. 2.) chcąc w polu danego koła BCDEFHK odryſować dziewięcio-boczną regularną Figurę: przez 9. to ieſt: przez ſummę bokow, podziel gradusow 360. z Dywizyi wypadnie wieloraz 40, *toż pociągnąwſzy promień AB, przyłoż do niego Dyameter pułkola Geometrycznego* (a) *tak: ażeby centrum pułkola leżało na centrze danego koła A, a od punktu B odrachowawſzy gradusow* 40, *do punktu C powiedź promień AC. Potym łuk zaięty promieniami AB, AC, podwiązawſzy cięciwą BC, cięciwa ta będzie bokiem daney dziewięcio-boczney Figury, ktorą odryſuieſz w polu danego koła, powiodłſzy z punktu C cięciwę CD rowną cięciwie BC, y cięciwy daley następuiące DE, EF, FG, GH, HI, IK, KB; tym ſpoſobem odryſowany dziewięcio-kąt BCDEFGHIK, z ſamey roboty będzie rowno-boczny. A że te wſzyſtkie troygrańce a, b, c, d, e, f, g, h, m, ſą wzaiemnie względem ſiekie rowno-boczne, (ponieważ bokami ich ſą promienie y cięciwy z ſamego robienia rowne ſobie) a tym ſamym ſą y rowno-kątne;* (przez Wnioſek I. Propozycyi V. Kſięgi II.) *Z tey przyczyny wſzyſtkie tego dziewięcio-kąta węgły B, C, D, E, F, G, H, I, K, złożone z dwoch węgłow zupełnie ſobie rownych, rowne ſobie bydź muſzą.* (przez axioma 7.) *Więc dziewięcio-boczna Figura BCDEFGHIK, y ktorakolwiek inna podanym dopiero ſpoſobem, w polu danego koła odryſowana, będzie rowno-boczna y rowno-kątna.*

PROPO-

[a] Pułkoło, czyli Semi-Cyrkuł iest instrument Geometryczny z mosiądzu, lub inney iakiey twardey materyi zrobiony, ktorego puł-obwodu podzielone iest na gradusow 180. zażywaią go Geometrowie do mierzenia lub robienia węgłów. [*zobacz Figurę* 39.]

PROPOZYCYA XV.

Regularną ſześcio-boczną Figurą otoczyć koło. (Figura 38. Tab. II.)

Rozwiązanie. Odryſuy wprzod w polu danego koła ſześcio-kąt porządny GHIKMN, (*przez Propozycyą poprzedzaiącą*) toż powiedź linie tykaiące koło w punktach G, H, I, K, M, N, ktore ſię z ſobą zeydą w punktach B, C, D, F, E, R; to gdy uczyniſz, mowię: iż dane koło otoczone będzie ſześcio-kątem porządnym BCDFER.

Okazanie. Z centru koła A powiedź linie proſte AG, AB, AH, AC, AI. Ponieważ linie tykaiące BG, BH, ſą ſobie rowne, (*przez Wnioſek II. Propozycyi XII. Kſięgi III.*) tudzież promień AG rowny promieniowi AH, bok zaś AB wſpolny, więc troygrańce GAB, HAB, ſą względem ſiebie rowno-boczne, a zatym rowno-kątne. (*przez Wnioſek 1. Prop. V. Kſięgi II.*) To ieſt węgieł O rowny węgłowi P, a węgieł Q, rowny węgłowi S. Zaczym cały węgieł B, ieſt dwa razy większy od węgła P, y cały węgieł GAH, dwa razy większy od węgła S, dla teyże ſamey przyczyny węgły C y HAI, ſą dwa razy większe od węgłow T y N. Ale, że cięciwy GH, HI, z ſamego robienia ſą ſobie rowne, a tym ſamym rowne także łuki GH, HI, (*przez Wnioſek 2. Prop. V. Kſięgi III.*) więc węgieł GAH, rowny ieſt węgłowi HAI, (*przez Przypiſek Defin: 8. Kſięgi III.*) a przeto węgieł S, muſi także bydź rowny węgłowi N. (*przez Axioma 7.*) Ponieważ tedy w Troygrańcach BAH, CAH, węgły S, N, ſą ſobie rowne, a węgły przy H ſą proſte. (*przez Prop. 3. Kſięgi III.*) Bok zaś AH ieſt wſpolny obydwom troygrańcom, toć linie

BH,

BH, CH, tudzież węgły P y T rowne ſą. (*przez Propoz: 5. Kſięgi II.*) Tymże ſpoſobem okazaćby można, że linie BG, RG, ſą ſobie rowne; więc linie CB, RB, dwa razy większe od rownych ſobie linii BH, BG, ſą rowne. Tymże ſamym ſpoſobem odowiodłbym, że wſzyſtkie inne boki ſześcio-kąta otaczaiącego koło, ſą ſobie rowne. Ale węgły także B y C ſą ſobie rowne. (*przez Axioma 7.*) Bom pokazał, iż ſą dwa razy więkſze od węgłow P y T ſobie rownych; y dla teyże ſamey przyczyny inne tegoż ſześcio-kąta węgły wſzyſtkie bydź ſobie muſzą rowne; zaczym ſześcio-kąt BCDFER otaczaiący koło ieſt regularny, to ieſt: rowno-boczny y rowno-kątny. Co było do okazania.

Przypisek. *Tymże kſztałtem, ktoryśmy w niniewſzey Propozycyi widzieli, danym iakimkolwiek wielokątem koło otoczyć można, to ieſt: odryſowawſzy wprzod w polu koła wielokąt podobny danemu, potrzeba potym powieść linie tykaiace do tych obwodu punktow, w ktorych węgły wielo-kąta w polu koła odryſowanego dotykaią ſię obwodu.*

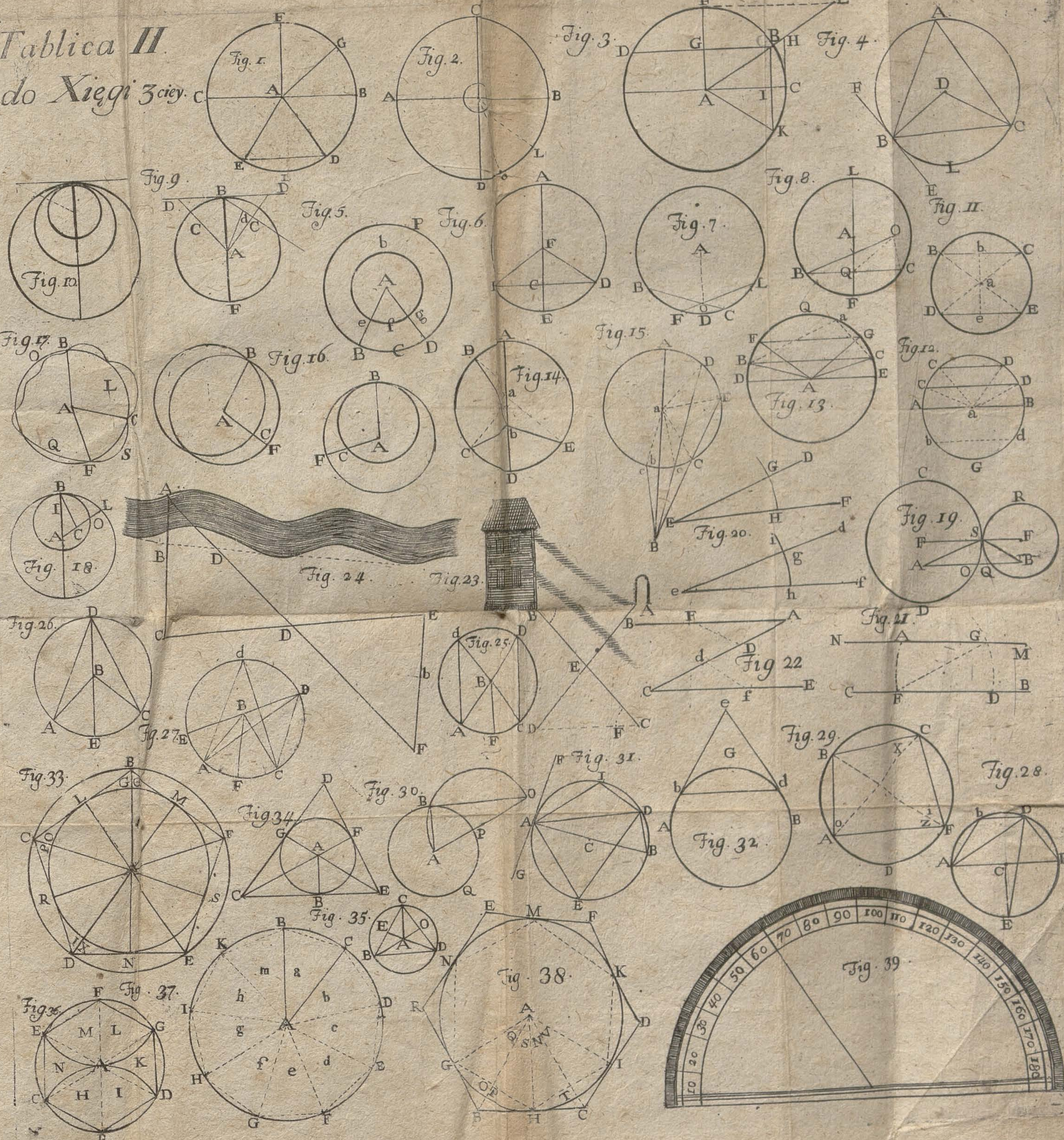


KSIĘGA IV.

O Proporcyi, y podobieńſtwie Figur płaskich.

Definicye czyli Opisania Gruntowne.

1. PRoporcya, czyli wzgląd dwoch wielkości, (*proportio vel ratio*) ieſt relacya iedney do drugiey w tym, iż iedna drugą pewnym ſpoſobem w ſobie zamyka, alboli też w niey zamyka ſię. Tak liczba 8, że dwa razy zamyka w ſobie liczbę


Tablica II.
do Xięgi 3ciey.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 22.
Fig. 23.
Fig. 24.
Fig. 25.
Fig. 26.
Fig. 27.
Fig. 28.
Fig. 29.
Fig. 30.
Fig. 31.
Fig. 32.
Fig. 33.
Fig. 34.
Fig. 35.
Fig. 36.
Fig. 37.
Fig. 38.
Fig. 39.
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140 150 160 170 180

liczbę 4, a trzy razy zamyka się w liczbie 24. mowiemy, że do obydwoch tych liczb ma iakiś wzgląd, czyli proporcyą. Przeto potrzeba koniecznie, aby te wielkości, ktore się porownywaią z sobą, były iednegoż gatunku.

Wniosek. Proporcya zatym dwoch wielkości poznaie się z Dywizyi, przez Dywizyą bowiem pokazuie się, ile razy iedna drugą w sobie mieści. Gdyż wielkość, ktorą dzielę, tylekroć zamyka w sobie tę, przez ktorą dzielę, albo w niey zamyka się, ile razy wielo-raz z tego podzielenia wynikaiący zamyka w sobie iedno, (*unitatem*) albo ile razy zamyka się w iedności. *Czytay Arytmetykę Polską w Drukarni naszey Warszawskiey wydaną Roku* 1766. *na karcie* 133.

2. Pierwszy Proporcyi termin zowie się termin poprzedzaiący, (*atecedens proportionis*) drugi zaś zowie się termin następuiący, (*consequens*) tak: ieżeli wielkość literą a wyrażona, ma iaką proporcyą do wielkości pod literą b, pierwszy proporcyi termin a iest poprzedzaiący, (*antecedens*) drugi zaś b iest termin następuiący. (*consequens*)

PRZYPISEK. *Proporcya dwoch wielkości częstokroć wyraża się przez frakcyą, ktorey Licznikiem, czyli Numeratorem iest* (antecedens) *a Mianownikiem, czyli Denominatorem,* (consequens) *y tak Frakcya* $\frac{a}{b}$ *wyraża proporcyą wielkości a do wielkości b.*

3. Wykładacz proporcyi (*exponens, vel denominator proportionis*) iest liczba całkowita, lub łamana wyrażaiąca sposob, ktorym termin poprzedzaiący zamyka w sobie termin następuiący, lub

iakim

iakim ſpoſobem w terminie naſtępuiącym zamyka ſię, tak liczba 2 ieſt Exponens wykładaiący wzgląd czyli proporcyą, ktora zachodzi między 6, y 3, gdyż pokazuie, że liczba 6 dwa razy liczbę 3 w ſobie zamyka. Podobnież frakcya $\frac{1}{3}$ ieſt wykładacz proporcyi 2 do 6, bo widocznie wſkazuie, że 2 termin poprzedzaiący ieſt trzecią częścią 6 terminu naſtępuiącego, czyli, że 2 trzy razy mieſzczą ſię w ſześciu.

Wnioſek. Każdey zatym proporcyi *Exponens*, czyli wykładacz nie rożni ſię od wieloraza wypadaiącego z Dywizyi, w ktorey termin poprzedzaiący dzieli ſię przez termin naſtępuiący. Ponieważ więc termin podzielny, tak ſię ma do Dzielnika, iak ſię ma wieloraz do iednego, (*ad unitatem*) (co pokazało ſię w Arytmetyce) na tym fundamencie poprzedzaiący termin proporcyi, tak ſię mieć będzie do terminu naſtępuiącego, iak ſię ma *Exponens* proporcyi do 1.

4. Proporcya ieſt dwoiaka, iedna rowności, druga nierowności. *Proporcya rowności* ieſt wzgląd dwoch wielkości, z ktorych iedna rowna ſię drugiey. *Proporcya nierowności* ieſt wzgląd dwoch wielkości, z ktorych iedna drugą przewyżſza. Ta oſtatnia dzieli ſię na proporcyą większey nierowności, y na proporcyą mnieyſzey nierowności. *Proporcya większey nierowności* ieſt wzgląd wielkości większey do mnieyſzey, iaka ieſt proporcya 6 do 3. A ieżeli wielkość większa, dwa razy w ſobie mieści mnieyſzą, zowie ſię *Proporcya dwukrotnia*, (*ratio dupla*) ieżeli trzy razy, *Proporcya trzykrotnia* (*ratio tripla*) &c. *Proporcya mnieyſzey nierowności* ieſt wzgląd wielkości mnieyſzey

ſzey do większey, iaki ieſt liczby 3. do liczby 6. Y ieżeli wielkość mnieyſza dwa razy mieści ſię w większey, zowie ſię proporcya *podwakrotnia* (*ratio ſubdupla*) ieżeli trzy razy; *podtrzekrotnia* (*sabtripla*) &c. Naprzykład: linia ośmiu ſtop do linii czterech ſtop ieſt w proporcyi dwukrotney, a linia czterech ſtop do linii ſtop ośmiu ieſt w proporcyi poddwukrotney.

5. Dwie Proporcye zowiemy, podobne, też ſame, albo rowne ſobie, (*ſimiles*, *easdem*, *vel æquales*) (co iednoż znaczy,) gdy poprzedzaiące terminy tych dwoch proporcyi, tymże ſamym ſpoſobem zamykaią w ſobie terminy naſtępuiące, lub tymże ſpoſobem w terminach naſtępuiących mieſzczą ſię. Tak proporcya liczby 12. do 4. ieſt rowna, czyli podobna proporcyi liczby 6. do 2. Bo iako 12. termin poprzedzaiący iedney proporcyi, trzy razy zamyka w ſobie 4. termin ſwoy naſtępuiący, tak 6. termin poprzedzaiący drugiey proporcyi trzy razy także w ſobie mieści 2. ſwoy termin naſtępuiący.

Wnioſek. Te więc Proporcye będą między ſobą rowne, ktorych Exponenſe czyli wykładacze rowne ſą; y na odwrot: kiedy dwie proporcye ſą ſobie rowne, Exponenſe oraz ich, czyli wykładacze rowne będą.

6. Z dwoch Proporcyi, ta zowie ſię większa, ktorey antecedens więcey razy w ſobie zamyka ſwego konſekwenſa, lub mniey razy w ſwoim konſekwenſie mieści ſię; ta zaś zowie ſię mnieyſza, ktorey antecedens mniey razy mieści w ſobie ſwego konſekwenſa, lub więcey razy w ſwym konſekwenſie zamyka ſię. Tak proporcya liczby

8. do 2. większa iest nad proporcyą liczby 9. do 3, gdyż liczba 8 więcey razy mieści w sobie 2, niżeli liczba 9. mieści w sobie 3. Y na odwrot: Proporcya liczby 2 do 8, mnieysza iest od proporcyi liczby 3 do 9, bo liczba 2, więcey razy zamyka się w 8, niżeli liczba 3 w 9.

Wniosek. Z tey przyczyny ta Proporcya większa iest, ktorey Exponens iest większy, y ieżeli z dwoch proporcyi, iedna większa iest od drugiey, większey proporcyi Exponens większy, mnieyszey zaś Exponens mnieyszy bydź musi.

7. Te części zowią się podobne, ktore do całych swych rzeczy rowny wzgląd, czyli proporcyą maią; tak liczby 2 y 3 są części podobne względem liczb 6 y 9; ponieważ proporcya 2 do 6 rowna się proporcyi tey, ktorą ma liczba 2 do 9. (*przez Definicyą V. Księgi IV.*)

8. Proporcyonalność Ziemiomiernicza (*Proportionalitas, vel proportio Geometrica*) ktorą Grecy zowią Analogia, iest proporcyi podobność, czyli rowność; ztąd cztery terminy zowią się geometrycznie proporcyonalnemi, gdy proporcya pierwszego terminu do drugiego, nie rożni się od proporcyi trzeciego do czwartego, takie są liczby 12, 6, 8, 4, bo między niemi proporcya zachodzi dwukrotnia, tak pierwszey liczby do drugiey, iak trzeciey do czwartey.

Wniosek. Kiedy z czterech terminow geometrycznie proporcyonalnych, pierwszy będzie rowny, albo większy, lub mnieyszy od drugiego, na ten czas trzeci także termin rowny, albo większy, lub mnieyszy od czwartego bydź musi.

Przypisek. *Proporcyonalność Geometryczna*

czterech

czterech terminow A, B, C, D, tym sposobem wyraża się A.B = C.D. Niektorzy iednak Geometrzy zamiast tego rowności znaku =, zażywaią takiego : : y piszą A.B : : C.D. Terminy A, y D. zowią się krayne, (extremi) *Terminy zaś B y C zowią się śrzodkowe.* (medii)

9. Cztery terminy zowią się wprost proporcyonalne, (*directe proportionales*) ieżeli tak się ma pierwszy termin do drugiego, iak się ma trzeci do czwartego. Jeżeli zaś tak się będzie miał czwarty termin do trzeciego, iak pierwszy do drugiego, na ten czas zowią się na odwrot proporcyonalne. (*reciproce proportionales*)

10. Jeżeli terminy we śrzodku położone biorą się dwa razy, raz iako konsekwensy względem poprzedzaiących, drugi raz iako antecedensy względem następuiących terminow, takowa na ow czas proporcya zowie się proporcyą ciągłą; (*proportio continua*) y wyraża się tym sposobem: ∺ 24, 12, 6, to iest: iak się ma *np.* linia od stop 24, do linii maiącey stop 12, tak się ma też sama linia od stop 12, do linii stop 6 maiącey. Ta zaś linia stop 12 maiąca, lub ktorakolwiek inna między dwiema terminami w proporcyi śrzodek trzymaiąca, zowie się linią śrzednią proporcyonalną: (*media proportionalis*)

PRZYPISEK. *Oprocz Proporcyi Geometryczney; iest ieszcze proporcya arytmetyczna y harmoniczna. Proporcya arytmetyczna iest rowność przewyższek* (differentiarum) *między danemi rzeczami zachodzących, to iest: cztery terminy zowią się arytmetycznie proporcyonalne, kiedy przewyższka pierwszego terminu od drugiego, rowna się przewyższce*

terminu trzeciego do czwartego, iako to widzieć ſię daie w czterech naſtępuiących terminach arytmetycznie proporcyonalnych: 5. 3. : : 6. 4. Proporcya zaś harmoniczna, (proportio harmonica) *ieſt w ten czas, kiedy trzy terminy tak ſą ułożone, że iak ſię ma termin naywiękſzy do naymnieyſzego, tak ſię ma przewyżſzka między terminem naywiękſzym y śrzednim zachodząca, do przewyżſzki między terminem śrzednim y naymnieyſzym będącey: iako np. w tych trzech liczbach 12, 8, 6, iak ſię ma 12 termin naywiękſzy do 6 terminu naymnieyſzego, tak ſię ma 4 przewyżſzka między terminem naywiękſzym y śrzednim, do 2, ktore ſą przewyżſzką między terminem śrzednim y naymnieyſzym. Wiedzieć zaś potrzeba, że ilekroć u Geometrow ieſt wzmianka proporcyi, bez dołożenia iakiey? tylekroć rozumieć zawſze potrzeba proporcyą Geometryczną.*

11. Terminy rowno-względne (*homologi*) zowią ſię, ktore maią rowny wzgląd, czyli proporcyą do innych terminow naſtępuiących. Tak ieżeli będzie A.a ⊐ B.b. terminy A, B, zwać ſię będą rowno-względne. Kiedykolwiek więc ſą cztery terminy geometrycznie proporcyonalne, zawſze Antecedenſy muſzą bydź względem ſiebie rowno-względne.

12. Proporcya ſkładana (*ratio compoſita*) zowie ſię, kiedy iey exponenſem ieſt produkt, z exponenſow innych proporcyi zmultyplikowanych wypadaiący. Tak ieżeli proporcyi a:b exponenſem ieſt m, proporcyi zaś d:e ieżeli exponenſem ieſt n, to proporcya, ktorey exponenſem będzie mXn, to ieſt m zmultyplikowane przez n, będzie ſię zwać proporcyą złożoną, (*proportio compoſita*) z proporcyi

porcyi a:b y z proporcyi d:e, ieżeli proporcya ſkłada ſię z dwoch proporcyi, zowie ſię proporcya dwoiſta, (*ratio duplicata*) ieżeli ſkłada ſię z trzech proporcyi, zowie ſię proporcya troiſta, (*ratio triplicata*) y tak daley.

13. W ten czas mowiemy, iż dwa terminy ſą w proporcyi poddwoiſtey (*in ratione ſubduplicata*) względem dwoch innych terminow, kiedy kwadrat zrobiony z exponenſa tychże dwoch proporcyonalnych terminow rowna ſię exponenſowi proporcyi dwoch terminow danych. Tak termin A = 16 do terminu C = 8 ieſt w proporcyi poddwoiſtey terminow D = 8. y E = 2. Gdyż kwadrat 4 zrobiony z 2 Exponenſa proporcyi A: B: rowny ieſt 4. exponenſowi proporcyi D. E: W proporcyi zaś podtroiſtey (*in ratione ſubtriplicata*) dwa terminy będą; gdy ſześciogran (*cubus*) (*b*) z ich exponenſa zrobiony, rowna ſię exponenſowi innych dwoch danych terminow. *Np.* termin A. do terminu B. ieſt w proporcyi podtroiſtey innych dwoch danych terminow C. D, ieżeli ſześciogran z exponenſa proporcyi A: B: rowny ieſt exponenſowi proporcyi C: D: y tak daley.

Przypisek. *Z Axiomatow w ſamym wſtępie do Ziemiomierniſtwa założonych, y z dopiero co podanych Definicyi, te niezawodne wypływaią prawdy, czyli Axiomata powtorne.*

1. *Kiedykolwiek wielkość iaka przez inne wielkości między ſobą rowne, multyplikuie ſię z oſobna; albo też: kiedy rzeczy między ſobą rowne przez iednę iaką multyplikuią ſię z oſobna wielkość; produkta z tych multyplikacyi zawſze rowne bydź muſzą.*

F3 2. *Podo-*

[b] *Czytay Arytmetykę o Sześciogranie.* Folio 100.

2. *Podobnież, ieżeli taż ſama wielkość przez inne między ſobą rowne, albo ieżeli rowne między ſobą wielkości, przez iednęż, lub inną iaką rowną iey wielkość, dzielone z oſobna będą; tedy wielorazy rowne bydź powinny.*

3. *Wielkości między ſobą rowne, względem iednego, lub względem wielu rownych między ſobą terminow, iednęż proporcyą maią. Y na odwrot: Te wielkości, ktore do iednego, lub do wielu rownych między ſobą terminow, iednęż proporcyą maią, ſą niezawodnie między ſobą rowne.*

14. Gdy Geometrowie mowią; że linia iedna multyplikuie ſię przez drugą, rozumieć chcą, iż z obydwoch tych linii robi ſię czworgraniec proſto-kątny, ktorego dwie dane linie ſą dwiema przyległemi bokami. Tak linia LM multyplikuie ſię przez linią LI, gdyż z obydwoch linii robi ſię czworgraniec proſto-kątny IKLM. (*Fig.* 1. *Tab.* 3.)

15. Kiedy linia AB, lub ktorakolwiek inna przez ſiebie ſamą myltyplikuie ſię, albo przez linią ſobie rowną; *np.* ieżeli linia CD rowną ieſt linii CE, y albo przez ſiebie ſamą, albo przez linią CE ſobie rowną multyplikowana będzie, z takowey multyplikacyi powſtanie kwadrat, czyli czworgraniec doſkonały EFCD, gdyż wſzyſtkie iego boki będą rowne. (*Figura II. Tab. III.*)

16. Te proſto-boczne iednego gatunku Figury, zowią ſię ſobie podobne, ktore między ſobą wzaiemnie ſą rowno-kątne, y proporcyonalne maią boki, rownym węgłom przyległe, (*latera homologa*) Takie będą troygrańce ABC, abc, ieżeli węgieł A = a, B = b, C = c, y ieżeli boki owym węgłom przyległe, ſą proporcyonalne, to ieſt:

AB.

AB. AC = ab. ac, BC. CA = bc. ca, CA. AB = ca. ab. (*Figura* 3. *y* 4. *Tab. III.*)

Wniosek I. Figury płaskie prosto-boczne iednego gatunku, wzaiemnie między sobą rowno-kątne y rowno-boczne, są sobie wzaiemnie podobne.

Wniosek II. Wszystkie regularne Figury posto-boczne iednego gatunku, są sobie wzaiemnie podobne. Ponieważ bowiem Figura regularna iest ta, w ktorey wszystkie węgły y wszystkie boki są sobie rowne, idzie zatym, że wszystkie figury prosto-boczne regularne iednegoż gatunku, są względem siebie rowno-kątne, (iako oczywista rzecz iest uważaiącem u pilnie Propozycyą 14. Księgi II.) a gdy każdą z nich iest rowno-boczna, toć boki rownym węgłom przyległe, muszą bydź proporcyonalne.

Wniosek III. Dla teyże samey przyczyny, każdy bok Figury brosto-boczney regularney; ma rowny wzgląd do każdego boku inney ktoreykolwiek Figury prosto-boczney regularney, ktora iest tegoż gatunku.

17. Takowe dwa łuki, dwa sektory, albo dwa Segmenta zowią się podobne, ktore do całego, czyli obwodu, czyli do placu koła swego rowny wzgląd maią, *nprz.* Sektory BAC, bac są sobie podobne, ieżeli Sektor BAC tak się ma do całego koła DBC, iak się ma Sektor bac, do całego koła dbc. (*Figura* 5. *Tab. III.*)

Wniosek. Ponieważ części podobne dwoch wielkości, tak się do siebie maią, iak się maią do siebie też wielkości całkiem wzięte, (*przez Definicyą* 7. *Księgi IV.*) na tym fundamencie łuki podobne dwoch koł, tak się mieć będą względem siebie, iak się maią ich całe obwody. Sektory

tudzież podobne, iako też y segmenta podobne, tak się względem siebie mieć będą, iak się względem siebie maią całe ich koła.

18. Centrum regularney prosto-boczney Figury, iest punkt w polu teyże Figury leżący, od ktorego wszystkie linie prosto powiedzione do wszystkich teyże Figury węgłow, są między sobą rowne. Tak: ieżeli rowne sobie będą linie proste aA, aB, aC, aD, aE, aF powiedzione od punktu a, do wszystkich węgłow sześcio-kąta regularnego ACE, punkt a, będzie tegoż samego sześcio-kąta centrem. (*Figura* 6. *Tab. III.*)

19. Promień regularney prosto-boczney Figury iest każda linia prosta, z centru iey do wierzchołku węgła powiedziona. Tak każda z tych linii prostych aB, aC, aD, aE iest promieniem sześcio-kąta regularnego ACE. (*Figura taż sama*)

20. Wysokością każdey Figury, iest linia pionowa od iey wierzchołku na bazę spuszczona, iako linia pionowa AP iest wysokością troygrańca ABC. (*Figura* 7. *Tab. III.*)

21. Multyplikacyą wyrażamy tym znakiem X. tak 2X3.=6, znaczy, że dwa multyplikowane przez trzy, czynią sześć: A dywizyą wyrażamy przez Frakcyą, ktorey Numeratorem iest liczba do podzielenia dana, a Denominatorem liczba, ktora iest Dzielnikiem, to iest: przez ktorą mamy dzielić, $\frac{6}{2} = 3$, to iest: sześć podzielone przez dwa, czynią trzy.

LEMMATA (c) *FUNDAMENTALNE.*

Lemma I. W każdey proporcyi zmultyplikowawszy konsekwens przez Exponensa, produkt wypadnie rowny antecedensowi. *Oka-*

[c] Co iest Lemma? Zobacz na pierwszey karcie.

Okazanie. Daymy, że proporcyi a:b exponensem ieſt m, mowię, że b zmultyplikowane przez m rowne ieſt antecedenſowi a. Gdyż exponens m ieſt toż ſamo, co wieloraz antecedenſa a podzielonego przez konſekwenſa b. (*przez wnioſek Def.* 3. *Kſięgi* 4.) W każdey zaś Dywizyi kiedykolwiek wieloraz przez Dzielnika zmultyplikowany będzie, liczba do podzielenia dana, w produkcie wypaść powinna, (iako powiedziało ſię o tym obſzerniey w Arytmetyce) więc y w proporcyi każdey multyplikuiąc konſekwens przez exponenſa tak, iak wieloraz przez Dzielnika, wypaść powinien antecens zaſtępuiący mieyſce liczby do podzielenia daney, a zatym muſi bydź $b \times m = a$, ieżeli a: b: = m. Co było do okazania.

Lemma II. Kiedykolwiek ſą cztery terminy Geometrycznie proporcyonalne; Produkt z terminow kraynych, powinien bydź rowny produktowi z terminow śrzodkowych.

Okazanie. Daymy, że a: b: = c. d. mowię: iż $a \times d = b \times c$. Gdyż na ten czas, ieżeli będzie a. b: = m, muſi także bydź c. d: = m. (*przez Lemma I. Kſięgi IV.*) ale, że $b \times m = a$; y $d \times m = c$. (*przez punkt* 1. *Przypiſku Defin:* 13. *Kſięgi* 4.) Więc także $b \times m \times d = a \times d$, y $d \times m \times b = c \times b$ a zatym $a \times d. = c \times b$. (*przez axioma* 2.) Co było do okazania.

Wnioſek. Kiedy zaś ſą trzy terminy w ciągłey proporcyi Geometryczney (*in proportione continua Geometrica*) na ten czas produkt z terminow kraynych rowny kwadratowi terminu śrzodkowego, to ieſt: ieżeli ∺ a. b. d. muſi bydź $a \times d = b \times b$; gdyż proporcya dopiero położona ∺ a. b. d. nie rożni ſię od proporcyi a. b = b. d.

PRZY-

PRZYPISEK. *Kwadrat w literach Geometrowie częstokroć wyrażaią tym sposobem* 6^2 (d)

Lemma III. Jeżeli produkt dwoch terminow kraynych, rowny iest produktowi dwoch terminow śrzodkowych, tedy takowe cztery terminy, będą geometrycznie proporcyonalne.

Okazanie. Daymy, że produkt aXd. z dwoch ostatnich terminow a, d, rowny iest produktowi bXc z dwoch śrzodkowych terminow b, c, mowię: że iest: a.b ∺ c.d. Gdyż daymy powtore: że $\frac{a}{b}$ ∺ m, $\frac{c}{d}$ ∺ n. A zatym, iż bXm ∺ a, iako też dXn. ∺ c. (*przez Lemma* 1. *Księgi IV.*) Będzie więc bXmX.d. ∺ a.Xd. tudzież dXnXb ∺ cXb. (*przez punkt* 1. *Przypisku do Defin:* 13. *Księgi IV.*) Z założenia zaś iest aXd ∺ bXc. więc także bXm Xd. ∺ dXnXb. (*przez Axioma* 1.) a dywiduiąc te dwa rowne sobie produkta przez bXd, będzie wieloraz m ∺ n. (*przez początki Arytmetyki*) Ale wieloraz m iest exponensem proporcyi $\frac{a}{b}$ wieloraz zaś n iest exponensem proporcyi $\frac{c}{d}$ (*przez Wniosek Defin:* 3. *Księgi IV.*) więc będzie a.b ∺ c.d. (*przez Wniosek Definicyi* 5. *Księgi IV.*)

Wniosek. Jeżeli, położywszy trzy terminy, produkt z dwoch kraynych terminow wyrowna kwadratowi terminu śrzodkowego, tedy te trzy terminy będą geometrycznie proporcyonalne, to iest: ieżeli aXd. ∺ bXb, na ten czas będzie w proporcyi ciągłey ∺ a.b.d. Bo ieżeli, aXd ∺ bXb, będzie oraz a.b ∺ b.d, iakośmy dopiero okazali.

Lemma

[d] Czytay w Arytmetyce o kwadratach na karcie 101.

Lemma IV. Kiedykolwiek dwa nierowne termi-ny, multyplikuią ſię przez iedenże trzeci termin, produkta tak ſię mieć będą do ſiebie, iak ſię wzglę-dem ſiebie maią ſame terminy multyplikowane.

Okazanie. Daymy: że dwa nierowne terminy a. b. multyplikuią ſię przez iedenże termin d, mo-wię: że aXd. bXd ⊐ a.b. Ponieważ bowiem pro-dukt terminow kraynych rowna ſię produktowi terminow środkowych, to ieſt: że aXdXb ⊐ bXdXa. bydź zatym muſi, że aXd.bXd ⊐ a.b. (*przez Lemma* 3. *Kſięgi* 4. Co było do okazania.

Wnioſek I. Gdy wſzyſtkie cztery terminy pro-porcyonalne, przez iedenże multyplikuią ſię, pro-dukta z ich będą między ſobą proporcyonalne. Tak ieżeli będzie a.b ⊐ c.d. będzie także aXm. bXm. ⊐ cXm. dXm. Ponieważ bowiem aXm. bXm ⊐ a.b. tudzież cXm. dXm. ⊐ c.d. (*przez Lemma* 4.) a z założenia a.b. ⊐ c.d. więc bydź także muſi aXm. bXm. cXm. dXm. (*przez Axioma* 2.)

Wnioſek II. Gdy pierwſzy y drugi termin z czterech terminow geometrycznie proporcyonal-nych, multyplikowane będą przez iedenże iaki termin, produkta tak ſię mieć będą do ſiebie, iak ſię ma termin trzeci do czwartego, to ieſt: ieżeli będzie a.b. ⊐ c.d. będzie także aXm. b.Xm. ⊐ c.d. Bo, że aXm. bXm ⊐ a.b. (*przez Lemma IV.*) Z założenia zaś a.b. ⊐ c.d. idzie zatym, że aXm. bXm ⊐ c.d. (*przez Axioma* 2.)

Wnioſek III. Z czterech terminow geometry-cznie proporcyonalnych, pierwſzy y drugi termin multyplikuiąc przez ieden iaki trzeci, a przez inny multyplikuiąc trzeci y czwarty, produkta będą pro-porcyonalne. *np.* niech będzie a.b ⊐ c.d. multypli-

kuiąc

kuiąc dwa pierwſze terminy a.b. przez m, drugie zaś dwa terminy c.d. przez n, będzie aXm.bXm = cXn.dXn. Gdyż aXm.bXm = a.b., tudzież cXn.dXn. = c.d. (*przez Lemma IV. Kſięgi IV.*) więc ponieważ z założenia a.b. = c.d. muſi bydź oraz aXm.bXm = cXn.dXn. (*przez axioma 2.*)

Przypisek. *Cokolwiek okazaliśmy w tym Lemmacie y iego Wnioſkach o proporcyi produktow z multyplikacyi wynikaiących, to wſzyſtko prawdzi ſię y o wielorazach z Dywizyi tychże terminow proporcyonalnych wypadaiących.*

Lemma V. Kiedykolwiek będą cztery terminy proporcyonalne, te y wſpak obrocone (*invertendo*) proporcynalne będą.

Okazanie. Niech będzie A.a = B.b. mowię, że wſpak obrociwſzy, będzie także a.A = b.B. Albowiem podług założenia ieſt AXb = aXb. (*przez Lemma II.*) Lecz AXb. ieſt produkt terminow śrzodkowych A.b. zaś aXB ieſt produkt terminow kraynych a.B, zaczym muſi bydź niezawodnie a.A = b.B. (*przez Lemma III.*)

Wnioſek. W każdey więc proporcyonalności Geometryczney, terminy naſtępuiące (*conſequentes*) ſą rowno-względne. (*homologi*) *przez Definicyą* 11. *Kſięgi IV.*

Lemma VI. Gdy cztery terminy ſą geometrycznie proporcyonalne, te na przemian wzięte, (*alternando*) będą także proporcyonalne.

Okazanie. Daymy, że A.a = B.b. mowię: że biorąc naprzemian, będzie A.B = a.b. Ponieważ bowiem podług założenia AXb = aXB. (*przez Lemma 2. Kſięgi IV.*) oczywiſta więc rzecz ieſt, że A.B = a.b. (*przez Lemma 3. Kſięgi IV.*)

Wnio-

Wniosek. Części podobne dwoch rzeczy tak się maią do siebie, iak się do siebie maią też same rzeczy, y na odwrot: całe rzeczy tak się maią względem siebie, iak dwie ktorekolwiek części ich podobne. Tak, ieżeli dwoch rzeczy A, B. są części podobne a, b, mowię: że a. b ∷ A. B. Bo, kiedy podług założenia iest a. A ∷ b. B. (*przez Definicyą 7. Księgi IV.*) będzie także a. b ∷ A. B. (*przez Lemma 6. Księgi IV.*)

Lemma VII. Gdy cztery terminy będą proporcyonalne, też złożone, (*compositi*) będą także proporcyonalne.

Okazanie. Niech będzie A. a ∷ B. b, mowię: iż składaiąc, (*componendo*) będzie także A + a. a ∷ B + b. b. Ponieważ bowiem podług założenia musi bydź A X b ∷ a X b. (*przez Lemma 2. Księgi IV.*) Będzie zatym A X b. + a X b ∷ a X B + a X b. (*przez Axioma 3.*) Lecz A X b + a X b. iest produkt terminow kraynych A + a, b, tudzież a X B + a, b, iest produkt terminow śrzodkowych a. B + b. Więc A + a. a ∷ B + b. b. (*przez Lemma 3. Księgi IV.*)

Lemma VIII. Gdy cztery terminy są proporcyonalne A. a ∷ B. b. te odciągaiąć, następuiący termin od poprzedzaiącego (*dividendo*) będą proporcyonalne, to iest: będzie A − a. a ∷ B − b. b.

Okazanie. Na ten czas bowiem bydź musi A X b ∷ a X B. a zatym A X b − a X b ∷ a X B. − a X b. (*przez axioma 4.*) Lecz A X b − a X b iest produkt terminow kraynych A − a. b; a zaś a X B − a X b. iest produkt terminow śrzodkowych a. B − b. więc będzie A − a. a ∷ B − b. b. (*przez Lemma 3. Księgi 4.*)

Lemma IX. Ilekolwiek będzie terminow proporcyonalnych, summa wszystkich Atecedensow,

tak

tak ſię mieć będzie do ſummy wſzyſtkich konſekwenſow, iak ſię ma ieden ktorykolwiek antecedens do ſwego konſekwenſa.

Okazanie. Daymy, że ieſt $A . a = B . b = D . d$: mowię: że $A + B + D . a + b + d = A . a$. Jeżeli bowiem $A . a = B . b = D . d$. Położywſzy więc, że $\frac{A}{a} = m$. będzie także $\frac{B}{b} = m$. $\frac{D}{d} = m$. (*przez wnioſek Definicyi 5. Kſięgi IV.*) A zatym $a \times m = A$; $b \times m = B$; $d \times m = D$. (*przez Lemma* 1. *Kſięgi* 4.) Zkąd $a \times m + b \times m + d \times m = A + B + D$. (*przez Axioma* 3.) Lecz $a \times m + b \times m + d \times m$ dywiduiąc przez $a + b + d$, będzie wieloraz m. (*z początkow Arytmetyki*) więc będzie $\frac{A + B + D}{a + b + d} = m$. A zatym $A + B + D . a + b + d = A . a$. (*przez Przypiſek do Definicyi* 13. *Kſięgi IV.*)

Przypisek I. *Produkt wynikaiący z multyplikacyi pierwſzego terminu przez trzeci, do produktu wynikaiącego z multyplikacyi terminu drugiego przez czwarty, ma ſię w proporcyi ſkładaney (in ratione compoſita) z proporcyi pierwſzego terminu do drugiego, y z proporcyi terminu trzeciego do czwartego. Produkt zaś wynikaiący z multyplikacyi pierwſzego terminu przez drugi, ma ſię do produktu wypadaiącego z multyplikacyi terminu trzeciego przez czwarty, w proporcyi ſkładaney pierwſzego terminu do trzeciego, y terminu drugiego do czwartego. Oczywiście to pokaże ſię w liczbie.*

Przypisek II. *Gdy ſą cztery terminy w proporcyi ciągłey Geometryczney, pierwſzy z nich ma ſię do trzeciego w proporcyi dwoiſtey, (in ratione duplicata) do czwartego zaś w proporcyi troiſtey,*

tey

tey proporcyi, ktorą tenże termin pierwſzy ma do drugiego, to ieſt: ieżeli będzie ∺ *a.b.c.d. Rroporcya* $\frac{a}{c}$ *będzie dwoiſta, a proporcya* $\frac{a}{d}$ *będzie troiſta proporcyi.* $\frac{a}{b}$.

Lemma X. Linie rowno-legle, ktore linią proſtą z ukoſa przez nie przechodzącą na rowne części dzielą; w rowney od ſiebie ſą odległości. Y na odwrot: linie rowno legle, w rowney od ſiebie będące odległości, linią proſtą z ukoſa na nie padaiącą, na rowne części dzielą. Jeżeli zaś na dwie linie rowno-legle padną, tedy y te na rowne części podzielone zoſtaną. (*Fig.* 8. *Tab.* 2.)

Okazanie Części I. Daymy, że linia proſta AC z ukoſa padaiąca na linie rowno-legle MN, PQ, RS, podzielona ieſt na rowne części AB, CB, mowię: że linie MN, PQ. RS, w rowney od ſiebie ſą odległości, to ieſt: że linie pionowe między niemi poſtawione AE, BL, rowne ſą. Ponieważ albowiem węgły BCL y ABE ſą ſobie rowne. (*przez Prop. V. Kſięgi I.*) Tudzież węgly BLC, y AEB, rowne ſą także między ſobą, gdyż obydway ſą proſte, (*przez Definicyą* 11. *Kſięgi I.*) zaczym węgieł także CBL rowny bydź muſi węgłowi BAE. (*przez Wnioſek V. Propozycyi I. Kſięgi II.*) Lecz podług założenia bok BC troygrańca BLC, rowny ieſt bokowi AB troygrańca ABE, więc także y boki BL, AE rowne bydź muſzą. (*przez Wnioſek II. Prop. V. Kſięgi II.*) A zatym rowno-legle linie MN. PQ, RS, rowney od ſiebie odległości. (*przez Wnioſek Definicyi* 12. *Kſięgi I.*) Co było do okazania.

Okaza-

Okazanie Części II. Daymy na odwrot: że linie pionowe AE, BL. między liniami rowno-ległemi MN, PQ, RS, zostaią, mowię: że części AB, BC są sobie rowne. Już bowiem okazałem, że w troygrańcach LBC, EAB, węgły CBL, BAE, tudzież węgły BLC, AEB są sobie rowne, ktorym, że podług założenia boki przyległe BL, AE są rowne między sobą, więc także y bok BC musi bydź rowny bokowi AB. (*przez Wniosek 2. Propozycyi V. Księgi II.*) Co było do okazania.

Okazanie Części III. Na linie rowno-ległe MN, PQ, RS, w iedney od siebie będące odległości, niechay padną inne linie proste rowno-ległe AC, HF, mowię: że wszystkie ich części AB, BC, HD, DF, są między sobą rowne: ponieważ bowiem podług założenia czworgrańce HDBA, BDFC są rowno-legło-boczne; bok zatym AB rowny iest bokowi HD, iako y bok BC, rowny bokowi DF. (*przez Prop. X. Księgi II.*) Ale także AB = BC, y HD = DF, więc wszystkie boki AB, BC, HD, DF bydź muszą rowne między sobą. (*przez Okazanie Części II.*) Co było do okazania.

PROPOZYCYA I.

W troygrańcu prosto-bocznym (in triangulo rectilineo) *powiodłszy linią prostą, względem bazy rowno-ległą, przecinaiącą obydwa boki troygrańca, ta linia tak powiedziona.* 1. *Boki troygrańca proporcyonalnie przecinać będzie.* 2. *Części iednego boku, tak się mieć będą do siebie, iak części boku drugiego.* 3. *Obydwa boki rowny do swych części wzgląd mieć będą.* 4. *Części bokow tak się mieć będą do siebie, iak się do siebie maią same boki:*

5. *Baza*

5. *Baza mieć ſię będzie do linii przecinaiącey, iak bok do części.* 6. *Jak ſię ma bok cały do bazy, tak część tegoż boku mieć ſię będzie do linii przecinaiącey.* (*Figura* 9. *Tabella* 3.)

Okazanie. Mowię nayprzod, że linia proſta GH rowno legła względem bazy BC, proporcyonalnie przecina boki AB, AC, to ieſt, że AB. GB = AH. HC. Daymy bowiem, że bok AB podzielony ieſt na pięć części rownych Aa, ac, cG, Ge, eB, z ktorych trzy części ſą na linii AG, a dwie na linii GB. Z punktow zaś a, c, e, powiodlſzy do boku AC linie proſte ab, cd, ef, rowno-ległe względem linii GH, BC, a tym ſamym y względem ſiebie (*przez Prop.* 6. *Kſięgi I.*) te wſzyſtkie mieć będą rowne odległości, (*przez Część I. Lemm: X. Kſięgi IV.*) więc bok AC podzielony także będzie na pięć rownych części Ab, bd, dH, Hf, fC, (*przez Część II. Lemm: X. Kſięgi IV.*) tym ſpoſobem, że trzy części będą na linii AH, dwie zaś na linii HC. Będzie zatym AG. GB = AH. HC. (*przez Definicyą* 5. *Kſięgi IV.*) Co było do okazania.

Mowię 2. Że GB. HC = AG. AH. ponieważ bowiem ieſt AG. GB = AH. HC. (*przez Okazanie Części I.*) Będzie zatym na przemian kładąc (*alternando*) GB. HB = AG. AH. (*przez Lemma VI. Kſięgi IV.*) Co było do okazania.

Mowię 3. Że AB. AG = AC. AH. tudzież, że AB. GB = AC. HC. Gdyż ieſt AG. GB = AH. HC. (*przez Okazanie Części I.*) więc na wſpak obracaiąc, (*invertendo*) będzie GB. AG = HC. AH. (*przez Lemma* 5. *Kſięgi IV.*) ſkładaiąc zaś (*componendo*) ieſt AB. AG = AC. AH. (*przez Lemma VII. Kſięgi IV.*) Y podobnież ponieważ ieſt AG.

GB = AH. HC. (*przez Część I.*) Składaiąc, bydź musi AB. GB = AC. HC. (*przez Lemma 7. Księgi IV.*) Co było do okazania.

Mowię 4. Że części bokow troygrańcow tak się maią do siebie, iak same boki, to iest: że AG. AH = AB. AC. tudzież GB. HC = AB. AC. Bo ponieważ iest AB. AG = AC. AH. y AB. GB = AC. HB. (*przez Część III.*) Zatym będzie także na wspak obracaiąc (*invertendo*) AG. AB = AH. AC. y GB. AB = HC. AC. (*przez Lemma 5. Księgi IV.*) Zkąd na przemian kładąc, (*alternando*) bydź musi AG. AH = AB. AC. tudzież GB. HC = AB. AC. (*przez Lemma 6. Księgi 4.*) Co było do okazania.

Mowię 5. (*Fig. 10. Tab. 3.*) Że baza BC tak się ma do linii przecinaiącey boki GH, iak się ma bok AB do części swey AG. Gdyż podzieliwszy bok AB na pięć rownych części, iako wyżey, y powiodłszy linie proste ab, cd, Gg, ef, rowno-legle względem boku AC, zostanie podziolona baza BC na pięć rownych części, z ktorych trzy Gm, mn, nH, będą na linii przecinaiącey GH. (*przez Część 3. Lemm: 10. Księgi IV.*) Więc tak się mieć musi bok AB do części swey AG, iak się ma baza BC do linii przecinaiącey GH, to iest: iak się ma 5. do 3. Co było do okazania.

Mowię 6. Że część AG boku AB tak się ma do linii przecinaiącey GH, iak się ma cały bok AB do bazy BC. Gdyż pokazaliśmy dopiero, że iest AB. AG = BC. GH. Więc kładąc na przemian, (*alternando*) będzie AG. GH = AB. BC. (*przez Lemma VI. Księgi IV.*) Co było do okazania.

Wniosek I. W troygrańcu prosto-bocznym linia prosta od wierzchołku na bazę spuszczona w rowney

wney proporcyi przecina bazę. y linią proſtą względem bazy rowno ległą. Tak w troygrańcu BAC (*Figura* 11. *Tab.* 3.) linia proſta AM powiedziona od wierzchołku troygrańca A do bazy BC tak przecina bazę y linią względem bazy rowno-ległą DE, iż ieſt BM. MC = DN. NE. Ponieważ bowiem ieſt BM. DN = AM. AN. (*przez Część 6. tey Prop.*) iako też MC. EN = AM. AN. (*przez tęż samę Część*) zatym będzie także BM. DN = CM. EN. (*przez Axioma* 2.) a na przemian kładąc, bydź muſi BM. CM = DN. NE. (*przez Lemma VI. Kſięgi IV.*)

Wnioſek II. W każdym troygrańcu proſto-bocznym linia proſta względem bazy rowno-legła, przez boki troygrańca powiedziona, odcina troygraniec proporcyonalny y podobny całemu troygrańcowi. To ieſt: w troygrańcu BAM. (*Fig. taż ſama*) powiodłſzy linią proſtą DN rowno-ległą względem bazy BM, troygraniec DNA będzie podobny całemu troygrańcowi BMA. Dwa albowiem te troygrańce ſą wzlędem ſiebie wzaiemnie rowno-kątne. Gdyż węgieł ADN, rowna ſię węgłowi ABM, y węgieł AND węgłowi AMB, (*przez Prop.* 3. *Kſięgi I.*) węgieł zaś BAM ieſt wſpolny obydwom troygrańcom, a do tego boki przyległe rownym węgłom ſą proporcyonalne. Ponieważ ieſt AD. DN = AB. BM. tudzież DN. NA = BM. MA. (*przez Część VI. tey Prop.*) y AD. AN = AB. AM. (*przez Część IV. tey Prop.*)

RROPOZYCYA II.

Troygrańce wzaiemnie względem ſiebie rowno-kątne ſą ſobie podobne. (*Fig.* 3. *y* 4. *Tab. III.*)

Okazanie. Daymy, że węgieł A troygrańca BAC rowny ieſt węgłowi a troygrańca bac, węgieł B węgłowi b, y węgieł C rowny węgłowi c, mowię: iż troygrańce BAC, bac, ſą ſobie podobne. Ponieważ albowiem węgły BAC y bac ſą ſobie rowne, zupełnie ſchodzić ſię z ſobą y zakrywać powinny. (*przez axioma* 8.) A zatym położywſzy troygraniec bac na troygrańcu BAC, gdy węgły a. A, zeydą ſię z ſobą, y gdy ſię zupełnie zakryią, baza bc rowno-legle paść muſi względem bazy BC, (*przez Wnioſ.* 1. *Prop.* 5. *Kſięgi I.*) ponieważ węgły abc, ABC podług założenia ſą ſobie rowne. Więc troygrańce ABC, abc muſzą bydź ſobie podobne. (*przez Wnioſek* 2. *Prop.* 1. *Kſięgi IV.*)

Wnioſek I. Ponieważ w troygrańcach ſobie podobnych ABC, abc (*Fig. taż ſama*) boki AB, ab, BC, bc, CA, ca, ſą względno-rowne, (*latera homologa,*) (*czytay Definicyą* 11. *y* 16. *Kſięgi IV.*) tudzież, że węgły A, a, B, b, C, c, ſą ſobie rowne, oczywiſta rzecz ieſt: że w troygrańcach ſobie podobnych te boki ſą względno-rowne, ktore rownym węgłom ſą przeciw-ległe, y na odwrot: że te węgły ſą ſobie rowne, ktore naprzeciw względno rownych bokow leżą.

Wnioſek II. Gdy dwie Figury płaſkie proſto-boczne ſą ſobie podobne, tedy boki w nich względno-rowne, też ſamę, czyli rowną maią proporcyą. *np.* Są dwie Figury proſto-boczne ſobie podobne ABC, abc. (*Figura taż ſama*) ktorych względno-rowne boki ſą AB, ab, BC, bc, CA, ca, mowię: iż ieſt AB. ab = BC. bc = CA. ca. Bo, że podług założenia ieſt AB. BC = ab. bc. tudzież BC. CA = bc. ca, y CA. AB = ca. ab. (*przez Defin:* 16. *Kſięgi*

Kſięgi IV.) będzie także więc AB. ab = BC. bc; BC. bc = CA. ca; CA. ca = AB. ab. (*przez Lemma VI. Kſięgi IV.*) a zatym AB. ab = BC. bc = CA. ca. (*przez Axioma II.*)

Wnioſek III. Gdy dwie Figury płaſkie podobne ſą iakiey trzeciey, ſą także y między ſobą wzaiemnie podobne, iako oczywiſta rzecz ieſt z Definicyi 16. Kſięgi IV. y z Axiomatu 11.

Przypisek. *Na fundamencie ninieyſzey Propozycyi, Geometrowie łatwe ſpoſoby maią zmierzenia wyſokości doſtępney.*

Spoſob pierwſzy. (*Figura* 12. *Tab. III.*) *Jeżeli plac przy daney wyſokości AB rowny, y ſłońce na ow czas świeci, wetkniy w ziemię pod pion kiy ab, zmierzywſzy wprzod wyſokość iego. Potym zmierzywſzy cień, tak kiia, iako też daney wyſokości, wnieſieſz łatwo, że iak ſię ma cień kiia np. bc do cienia daney wyſokości BC, tak ſię ma rzetelna wyſokość kiia ab, do rzetelney wyſokości danego gmachu AB. Czego tak dowodzę: troygrańce bac, BAC ſą ſobie podobne podług okazaney dopiero Propozycyi, ztąd, iż węgły b. B ſą proſte, a zatym ſobie rowne, węgieł także c, rowny węgłowi C, dla rowney pod tenże ſam czas elewacyi ſłońca nad horyzontem, a zatym y węgieł a rowny bydź muſi węgłowi A.*

Spoſob drugi. (*Figura taż sama*) *Weź kiy MN, tak wyſoki, aby pionowo wetknięty w ziemię, wierzchołek iego zrownał ſię z wyſokością oka twego, potym oddal ſię od wyſokości, ktorą mierzyſz, tak daleko, ażebyś położywſzy ſię wznak na ziemi, przez tenże wierzchołek kiia M w punkcie N pionowo wetkniętego, mogł zobaczyć daney wyſokości*

wierzchołek A, na ten czas bowiem będzie CB = BA. Zmierzywſzy więc linią horyzontalną CB, będzieſz miał miarę wyſokości BA, czego tak dowodzę: węgieł C ieſt wſpolny obydwom troygrańcom MNC, ABC, węgły N y B ſą proſte, a zatym ſobie rowne; ztąd węgieł także M rowny bydź muſi węgłowi A. Więc troygrańce MNC, ABC ſą ſobie podobne, zaczym będzie NC. NM = BC. AB; lecz NC rowny ieſt NM, (gdyż wyſokość kiia rowna ieſt, iakośmy powiedzieli wyſokości oka) toć y bok BC muſi także bydź rowny bokowi AB.

Spoſob trzeci. (*Fig. 13. Tab. 3.*) *Zmierzywſzy wprzod odległość Dd, wetkniy dwa kiie CD y cd, abyś przez tychże kiiow wierzchołki c, C widział daney wyſokości wierzchołek A. Ponieważ iako wyżey pokazaliśmy, troygrańce cFC, cEA będą ſobie podobne; będzie zatym FC, czyli Dd. Ec = FC. EA. zmierzywſzy więc FC, przewyżſzką wyſokości kiia DC, nad wyſokość kiia dc, y odległość EC, czyli BD, znaydzieſz część wyſokości AE, ktorey dodawſzy cd, rowne EB, będzieſz miał wiadomą całą wyſokość AB.*

PROPOZYCYA III.

Gdy linia proſta dwa troygrańca boki tak przecina, że części bokow od wierzchołku wzięte, tak ſię maią w proſt do ſiebie, (directe) *iak ſię maią do ſiebie ſame boki, na ten czas owa linia przecinaiąca ieſt względem bazy rowno-ległą. (Fig. 11. Tab. 3.)*

Okazanie. Daymy, że linia proſta DE tak przecina boki AB, AC troygrańca BAC, że ieſt AB. AC = AD. AE. mowię: że linia proſta DE ieſt rowno ległą względem bazy BC. Gdyż ieżeli linia proſta DE nie ieſt rowno-ległą względem bazy

BC,

BC, niechże inna iaka linia prosta, np. DX będzie rowno-ległą do teyże bazy BC. Lecz linia prosta DX nie dzieli tak boku AC w punkcie X, ażeby mogło bydź AC. AX = AC. AE. (*przez Defin: 6. y 8. Księgi IV.*) Bo części AE, AX są nierowne, (*przez axioma* 1.) bydź zaś powinno AB. AD = AC. AE. (*przez Lemma* 6. *Księgi IV.*) a to dla tego, że podług założenia iest AB. AC = AD. AE. Nie może więc bydź AB. AD = AC. AX. Ale tak koniecznie powinnoby bydź, gdyby linia DX była rowno-ległą względem bazy BC. (*przez Część III. Propozycyi I. Księgi IV.*) Więc linia DX nie iest do bazy BC rowno-ległą, y przez podobny wywod okazaćby można, o inney ktoreykolwiek linii. A zatym linia tylko DE iest względem bazy BC rowno-ległą. Co było do okazania.

Wniosek I. Gdy linia prosta tak przecina dwa Troygrańca boki, że części tychże bokow od wierzchołku wzięte, tak się maią w prost (*directe*) do siebie, iak się maią do siebie same boki, na ten czas linia owa odcina troygraniec, podobny całemu troygrańcowi. (*przez Wniosek II. Propozycyi I. Księgi IV.*)

Wniosek II. Ztąd idzie, że dwa takowe Troygrańce są sobie podobne, w ktorych węgieł iednego troygrańca, rowny iest węglowi troygrańca drugiego, a boki przy rownych węgłach proporcyonalne. Tak (*Figura* 3. *y* 4. *Tabella III.*) ieżeli węgieł A troygrańca BAC iest rowny węglowi a troygrańca bac, y ieżeli bok AB tak się ma do boku AC, iak się ma bok ab do boku ac, tedy te dwa troygrańce są sobie podobne.

PROPOZYCYA IV.

W troygrańcach prosto-kątnych linia pionowa od węgła prostego na bazę spuszczona, czyni dwa troygrańce, y całym prosto-kątnym troygrańcom y sobie wzaiemnie podobne. (Fig. 14. Tab. III.)

Okazanie. W troygrańcu prosto-kątnym BAC od węgła prostego A, do bazy BC powiodłszy linią pionową AD, mowię nayprzod: że obydwa troygrańce ADB y ADC są podobne całemu troygrańcowi BAC. Gdyż węgieł ADB podług założenia iest prosty, a zatym rowny węgłowi BAC, (*przez Defin: 11. Księgi I.*) także prostemu. Węgieł zaś ABC iest wspolny obydwom troygrańcom ADB y BAC, zaczym trzeci węgieł BAD troygrańca ADB musi bydź rowny trzeciemu węgłowi ACB troygrańca BAC. (*przez Wniosek V. Prop. I. Księgi II.*) Dwa więc troygrańce ADB y BAC są między sobą wzaiemnie rowno-kątne, a zatym sobie podobne. (*przez Prop. 2. Księgi 4.*) Tymże sposobem okazać można, że troygraniec ADC iest podobny troygrańcowi BAC. Mowię powtore: że troygrańce ADB, ADC są między sobą także podobne. Ponieważ albowiem obydwa troygrańce ADB. ADC są podobne troygrańcowi BAC, iakośmy dopiero okazali, zaczym y sobie także wzaiemnie podobne bydź muszą. (*przez Wniosek III. Prop. II. Księgi IV.*) Co było do okazania.

Wniosek I. (*Fig. 14. Tab. III.*) Linia pionowa AD iest śrzednią proporcyonalną między częściami BD, DC bazy BC, to iest: ∺ BD, DA, DC. Ponieważ bowiem węgły BDA, ADC troygrańcow podobnych BDA, ADC są proste, a zatym sobie rowne, (*przez Definicyą 11. Księgi I.*) więc boki

tymże

tymże węgłom przyległe, będą proporcyonalne, to ieſt: będzie ∴ BD, DA, DC. (*przez Definicyą* 16. *Kſięgi IV.*)

Wnioſek II. Ktorakolwiek linia proſta w pułkole proſto-kątnie na dyametrze ſtoiąca, (*Figura* 14. *Tab. III.*) ieſt śrzednią proporcyonalną między częściami tegoż dyametru. Tak linia pionowa AD w pułkole BAC ieſt śrzednią proporcyonalną między częściami dyametru BD, DC. Poprowadziwſzy albowiem linie proſte AB, AC, węgieł BAC w pułkole ieſt proſty. (*przez Wnioſek IV. Propozycyi XI. Kſięgi III.*)

Wnioſek III. (*Fig. taż ſama*) Bok AC w troygrańcu proſto-kątnym BAC, ieſt linią śrzednią proporcyonalną między całą bazą BC, y częścią teyże bazy DC. Tudzież bok AB ieſt linią śrzednią proporcyonalną między całą bazą BC, y częścią iey BD. Gdyż troygrańce BAC, ADC, tudzież troygrańce BAC, BDA, ſą ſobie podobne z okazania teraźnieyſzey Propozycyi; a do tego węgieł BCA ieſt wſpolny obydwom troygrańcom BAC, ADC, węgieł zaś ABC ieſt wſpolny troygrańcom BAC, BDA, z tey przyczyny boki przyległe rownym węgłom muſzą bydź proporcyonalne; (*przez Definicyą* 16. *Kſięgi IV.*) to ieſt: bydź muſi ∴ BC. CA. DC. iako też ∴ BC. BA. BD.

Wnioſek IV. Czworgraniec doſkonały zrobiony na linii pionowey AD, ieſt rowny czworgrańcowi podługowatemu proſto-kątnemu, zrobionemu z dwoch części bazy BD y DC. (*przez Wnioſek* 1. *Lemma* 11. *Kſięgi* 4.) Gdyż linia pionowa AD ieſt śrzednią proporcyonalną między temi częściami bazy BD y DC. (*przez Wnioſek* 1. *tey Prop.*)

Wnioſek

Wniosek V. (*Fig. taż sama*) Dla teyże samey przyczyny czworgraniec doskonały z boku AC zrobiony, iest rowny czworgrańcowi prosto-kątnemu z bazy BC, y z iey części CD zrobionemu. Tudzież czworgraniec doskonały z boku BA zrobiony, iest rowny czworgrańcowi prosto-kątnemu z bazy BC z iey części BD zrobionemu.

PROPOZYCYA V.

W każdym troygrańcu prosto-kątnym czworgraniec doskonały na bazie, czyli hipotenuzie BC zrobiony, rowna się dwom czworgrańcom doskonałym, na bokach BA, AC zrobionym. (*Fig.* 15. *Tab.* 3.)

Okazanie. Z każdego boku troygrańca prosto-kątnego CAB poczyniwszy czworgrańce doskonałe CI, AF, BM, mowię: że czworgraniec BM wystawiony na hipotenuzie CB, rowny iest czworgrańcom CI, AF wystawionym na bokach CA, AB. Pociągnąwszy bokiem linią pionową AD, do punktu E, czworgraniec doskonały BM zostanie podzielony na dwa prosto-kątne podługowate czworgrańce BE, DM. Ale prosto-kątny czworgraniec BE zrobiony iest z bazy BC = BN, y z części iey BD. Więc rowny iest czworgrańcowi doskonałemu z boku AB zrobionemu. (*przez Wniosek V. Prop. IV. Księgi IV.*) Y na tymże samym fundamencie czworgraniec prosto-kątny DM zrobiony z bazy BC = CM, y z części iey CD, rowny iest czworgrańcowi doskonałemu z boku AC zrobionemu; zaczym cały czworgraniec doskonały BM wystawiony z hipotenuzy BC, musi bydź rowny dwom razem wziętym doskonałym czworgrańcom CI + AF z bokow BA y AC zrobionym. (*przez Axioma III.*) Co było do okazania.

Wniosek I. (*Fig: 16. Tab. III.*) Czworgraniec doskonały z linii poprzeczney (*ex diagonali*) BD, czworgrańca doskonałego ABCD zrobiony, iest dwa razy większy od czworgrańca z ktoregokolwiek boku *naprz.* z boku AB zrobionego. Gdyż czworgraniec doskonały z linii poprzeczney BD, rowny iest dwom razem czworgrańcom doskonałym z bokow BA y AD zrobionym, (*przez Prop. teraźnieyszą*) bo węgieł BAD iest prosty, lecz te czworgrańce z bokow rownych BA y AD zrobione, są sobie rowne. (*przez Punkt I. Przypisku Defin: 13. Księgi IV.*) Więc od każdego z nich poiedyńczo czworgraniec doskonały z linii poprzeczney BD zrobiony, musi bydź dwa razy większy.

Wniosek II. W każdym troygrańcu prosto-kątnym, kiedy weźmiemy bok ieden zamiast promienia y odrysuiemy koło, w ten czas bok drugi przyiegły węgłowi zostaiącemu w centrze koła, staie się linią przecinaiącą, (*secans*) bok zaś trzeci przeciw-legły temuż węgłowi w centrze koła będącemu, będzie linią tykaiącą koło, (*tangens*) tak w troygrańcu prosto-kątnym ABC (*Fig. 17. Tab. III.*) obrawszy za promien bok AB, y odrysowawszy koło: hipotenuza CA będzie linią przecinaiącą, bok zaś trzeci CB będzie linią tykaiącą koła, a zatym na ten czas tak się mieć będzie bok AB do boku BC, iak się ma promień do linii tykaiącey.

Wniosek III. Na fundamencie tey Propozycyi, gdy dwa boki troygrańca prosto-kątnego są wiadome, łatwo poznać można miarę boku trzeciego. Daymy *np.* że troygrańca ACB (*Fig. 15. Tab. 3.*) dwa boki węgieł prosty robiące, (ktore u Geometrow zowią się Katety) są nam wiadome, to

iest:

ieſt: że bok AC ieſt ſtop 6, bok zaś AB ſtop 8, a nam potrzeba wiedzieć, ile ſtop zamyka w ſobie hypotenuza CB, to ieſt: bok przeciwległy proſtemu węgłowi, multyplikuiąc więc 6 przez 6, y 8 przez 8, wypadną nam kwadraty wiadomych boków, pierwſzego 36, drugiego 64, których ſumma ieſt 100. Z tey zaś ſummy wyciągnąwſzy ścianę czworgranną (*radicem quadratam*) która ieſt 10, liczba ta wſkazuie nam miarę hypotenuzy BC, że ieſt długa na ſtop 10. Jaśnie to y niezawodnie wypływa z okazaney dopiero Propozycyi. Gdyż ſumma kwadratow CI, AF, rowna ſię kwadratowi BM, a zatym ściana czworgranna (*radix quadrata*) wyciągniona z ſummy obydwoch tych kwadratow rowna bydź powinna ścianie czworgranney kwadrata BM, to ieſt hypotenuzie, czyli bokowi BC. Daymy powtore: że boki AC, BC ſą nam wiadome, bok zaś AB niewiadomy; to ieſt: że bok AC ieſt ſtop 6, bok zaś BC ſtop 10, a wiedzieć chcemy, ile ſtop w ſobie zamyka bok AB? łatwo tego doydziemy, gdy kwadrat boku AC = 36 odciągniemy od kwadratu hypotenuzy BC = 100. Pozoſtała bowiem liczba 64, będzie kwadrat boku AB, z którego wyciągnąwſzy ścianę czworgranną = 8, liczba ta wſkazuie nam, ile ſtop zamyka w ſobie bok AB dotąd nam niewiadomy, to ieſt: że ich mieści 8.

PRZYPISEK. *Wynalezienie tey tak śliczney dopiero okazaney Propozycyi, w całym Ziemiomirnictwie nieſkończenie użyteczney, (ktora ieſt Propozycyą czterdzieſtą ſiodmą Kſięgi pierwſzey nauk Euklideſa Matematycznych) winniśmy ſławnemu między dawnemi Filozofami, Pytagoreſowi; o ktorych Proklus, Witruwiuſz y wielu innych Piſarzow świadczą,*

czą, że Muzom znakomitą ofiarę uczynił, na zawdzięczenie za wſparcie y pomoc ich, iak on mniemał w tak ślicznym wynalazku.

PROPOZYCYA VI.

Wyſokości troygrańcow podobnych, ktorych bazy ſą bokami ich względno-rownemi, tak ſię maią wprost (directe) *do ſiebie, iak ſię maią do ſiebie ich bazy. (Figura 18. y 19. Tab. III.)*

Okazanie. Niechay będą dwa troygrańce ſobie podobne MNP, mnp, ktorych bazy MP, mp ſą bokami ich względno rownemi, wyſokością zaś onychże ſą linie proſte NX, nx, mowię: że wyſokości NX, nx tak ſię maią wproſt do ſiebie, iak ſię do ſiebie maią bazy NP, np. Ponieważ bowiem węgieł M podług założenia rowny ieſt węgłowi m, węgły także X, x, iako proſte, ſą ſobie rowne. *(przez Def. 11. Kſięgi I.)* Zatym y węgieł trzeci MNX, troygrańca MNX muſi bydź rowny węgłowi trzeciemu mnx troygrańca mnx *(przez Wnioſek V. Prop. I. Kſięgi II.)* Przeto dwa troygrańce MNX, mnx, będą wzaiemnie względem ſiebie rowno-kątne, a zatym ſobie podobne, *(przez Prop. II. Kſięgi IV.)* y boki ich będą względno-rowne MN, mn, NX, nx, *(przez Wnioſek I. Prop. II. Kſięgi IV.)* będzie więc NX, nx = MN, mn. *(przez Wnioſek II. Prop. II. Kſięgi IV.)* Lecz dla teyże ſamey przyczyny ieſt także MP, mp = MN, mn, więc muſi bydź NX, nx = MP, mp. *(przez Axioma II.)* Co było do okazania.

PROPOZYCYA VII.

Czworgrańce rowno-legle-boczne maiące rowne Bazy,

Bazy y wyſokości, ſą między ſobą rowne. (Figura 20. *y* 21. *Tab. III.)*

Okazanie. Jeżeli w czworgrańcach rowno-legle-bocznych MN y RV, bazy FN, TV, tudzież wyſokości PX, LQ ſą ſobie rowne, mowię: że całe te czworgrańce rowne ſobie ſą. Gdyż czworgraniec MN powſtaie z multyplikacyi bazy FN przez wyſokość PX, czworgraniec zaś RV powſtaie z multyplikacyi bazy TV, przez wyſokość LQ. *(przez Defin.* 14. *Kſięgi IV.)* A zatym ieżeli baza bazie, y wyſokość wyſokości ieſt rowna, tedy y ſame czworgrańce rowne ſobie bydź muſzą. *(przez Punkt* 1. *Przypiſku Definicyi* 13. *Kſięgi IV.)* Co było do okazania.

Wnioſek I. Jlekroć czworgraniec z troygrańcem maią rowne bazy y wyſokości, tylekroć czworgraniec ieſt dwa razy większy od troygrańca. *(przez tę Prop. y Prop. XI. Kſięgi II.*

Wnioſek II. Troygrańce tak ſię maią wproſt do ſiebie, iak ſię do ſiebie maią czworgrańce rowno-legle-boczne, maiące rowne z niemi bazy y wyſokości. *(przez Wnioſek Lemm: VI. Kſięgi IV.)*

Wnioſek III. Zatym troygrańce maiące rowne bazy y wyſokości, ſą ſobie rowne. *(przez wnioſek Definicyi* 8. *Kſięgi IV.)*

PROPOZYCYA VIII.

Czworgrańce rowno-legle-boczne maiące nierowne bazy, lecz rowną wyſokość, tak ſię maią do ſiebie, iak ich bazy. Y na odwrot: te czworgrańce, ktore maią rowne bazy, lecz nierowną wyſokość, tak ſię maią do ſiebie wproſt, iak ich wyſokości. (Figura 22. *y* 23. *Tab. III.)*

Okaza-

Okazanie Części I. Daymy: że czworgrańce rowno-legle-boczne AC, FH, maią nierowne bazy BC, GH, lecz wyſokości rowne ED, KL, mowię: że czworgraniec A C tak ſię ma do czworgrańca FH, iak ſię ma baza BC do bazy GH. Gdyż położywſzy, że baza BC ieſt na ſtop 4. a baza GH na ſtop 6, wyſokość zaś ED, czyli KL (gdyż obiedwie ſą rowne wyſokości) na ſtop 10, będzie czworgraniec AC = 4 X 10 = 40, a czworgraniec FH = 6 X 10 = 60. (*przez Definic: 14. Kſięgi IV.*) Rzecz zaś ieſt niezawodna: iż ieſt 40. 60 = 4. 6. (*przez Lemma 4. Kſięgi IV.*) więc muſi bydź niezawodnie AC, FH = BC, GH, to ieſt: iak 4. do 6. (*przez Axioma 11.*) Co było do okazania.

Okazanie Części II. Tymże ſamym ſpoſobem idzie, iak okazanie Części I, ſtoſuiąc do nierownych wyſokości, to, cośmy mowili o nierownych bazach.

Wnioſek. Troygrańce nierownych baz, lecz teyże ſamey wyſokości, tak ſię maią do ſiebie, iak bazy. Y na odwrot: te troygrańce, ktore maią rowne bazy, a nierowną wyſokość, maią ſię do ſiebie w proporcyi ſwych wyſokości. (*przez wnioſek II. Propozycyi VII. Kſięgi IV.*)

PROPOZYCYA IX.

Czworgrańce rowno-legle-boczne, maiące nierowne bazy y wyſokości, ſą do ſiebie w proporcyi złożoney z proporcyi baz, y z proporcyi wyſokości. (Figura 24. y 25. Tab. III.)

Okazanie. Daymy: że dwoch czworgrańcow rowno-ległych ebca, EBCA, tak bazy bc, BC, iako y wyſokości ax, AX ſą nierowne, mowię:

że

że czworgrańce ebca do czworgrańca EBCA iest w proporcyi złożoney z proporcyi bazy bc do bazy BC, y z proporcyi wysokości ax do wysokości AX. Gdyż położywszy bazę bc = 2. y bazę BC = 4. wysokość ax = 8, a wysokość AX = 16; będzie czworgraniec ebca = 16, a czworgraniec EBCA = 64. (*przez Defin: 14. Księgi IV.*) Lecz 16 ma się do 64. w proporcyi złożoney z proporcyi 2 do 4, y z proporcyi 8 do 16. (*przez przyp. I. Lemmatu IX. Księgi IV.*) to iest: w proporcyi, ktorey exponensem iest 4, więc w teyże samey także proporcyi muszą bydź względem siebie czworgrańce ebca, EBCA. Co było do okazania.

Wniosek. Troygrańce nierownych baz y wysokości są do siebie w proporcyi składaney z proporcyi baz y wysokości. (*przez Wniosek II. Propozycyi VII. Księgi IV.*)

PROPOZYCYA X.

Gdy baza bc czworgrańca rowno-legle-bocznego ebca tak się ma do bazy BC czworgrańca rowno-legle-bocznego EBCA, iak się ma na odwrot (reciproce) wysokość AX do wysokości ax, na ten czas takowe dwa czworgrańce rowne sobie bydź powinny. (Figura 24. y 25. Tab. III.)

Okazanie. Ponieważ z założenia iest bc, BC = AX, ax, musi bydź bcXax = BCXAX. (*przez Lemma II. Księgi IV.*) Lecz czworgraniec ebca rowny iest produktowi bcXax, a czworgraniec EBCA rowny produktowi BCXAX. (*przez Defin: 14. Księgi IV.*) więc musi bydź także ebca = EBCA. (*przez Axioma II.*) Co było do okazania.

Wniosek. (*Figura taż sama*) Dwa także troygrańce

grańce bac, BAC ſą ſobie rowne, ieżeli iak baza bc ma ſię do bazy BC, tak na odwrot (*reciproce*) ma ſię wyſokość AX do wyſokości ax. (*przez Wnioſek II. Propozycyi VII. Kſięgi IV.*)

PROPOZYCYA XI.

W każdym czworgrańcu rowno-legle-bocznym np. w czworgrańcu SF, czworgrańce koło linii poprzeczney leżące (circa diametrum) *CL, OI ſą całemu czworgrańcowi SF, y ſobie wzaiemnie podobne. (Figura 26. Tabella III.)*

Okazanie. Ponieważ węgły C, S, y L, F, ſą ſobie rowne, (*przez Prop.* 3. *Kſięgi I.*) tudzież węgieł E = węgłowi I (*przez Prop.* 3. *Kſięgi I.*) y węgieł I = A. (*przez Propoz:* 3. *Kſięgi I.*) a zatym węgieł E = A, (*przez axioma* 2.) węgieł zaś B ieſt wſpolny obydwom czworgrańcom SF y CL, więc obydwa te czworgrańce SF y CL ſą względem ſiebie wzaiemnie rowno-kątne, ale także boki przeciw-ległe rownym węgłom ſą proporcyonalne, gdyż w troygrańcach BCE, BSA, bok CE ieſt rowno-legły względem boku AS, (*przez Defin:* 16. *Kſięgi II.*) będzie zatym BC, CE = BS, SA (*przez Wnioſek* 2. *Prop.* 1. *Kſięgi IV.*) y CE, EB = SA, AB. W troygrańcach także ELB, AFB linia EL ieſt rowno-legła względem AF, (*przez Defin:* 16. *Kſięgi* 2.) zatym ieſt EB, EL = AB, AF. (*przez Wnioſek* 2. *Prop.* 1. *Kſięgi IV.*) a naprzemian biorąc, będzie EB, AB = EL, AF. (*przez Lemma IV. Kſięgi IV.*) ale (iakośmy iuż pokazali,) ieſt CE, EB = SA, AB, y naprzemian biorąc, ieſt CE, SA = EB, AB. (*przez Lemma* 4. *Kſięgi* 4.) więc muſi bydź CE, SA = EL, AF. (*przez Axioma* 2.) czyli

CE, EL = SA, AF. (*przez Lemma 6. Kſięgi IV.*) zaczym czworgraniec CL y SF ſą zupełnie ſobie podobne, (*przez Defin: 16. Kſięgi IV.*) a że przez podobny wywod okazać można, że y czworgraniec OI ieſt podobny temuż całemu troygrańcowi SF, więc y czworgrańcowi CL podobny także będzie. (*przez Wnioſek 3. Propoz: II Kſięgi IV.*) Co było do okazania.

PROPOZYCYA XII.

Czworgrańce rowno-legle-boczne BD, FN ſobie podobne, y ieden węgieł A wſpolny maiące, leżą koło iedneyże linii poprzeczney. (Fig. 27. Tab. 3.)

Okazanie. Powiodłſzy linie proſte AE, EC, ieżeli temu kto przeczy, że linia AEC z nich złożona ieſt dyametrem, czyli linią poprzeczną, wſpolną obydwom troygrańcom BD y FN, daymyż, że czworgrańca BD dyametrem ieſt inſza linia proſta AGC przecinaiąca linią FE w punkcie G. Więc powiodłſzy linią GH rowno-ległą względem linii AB, czworgrańce FH, BD leżeć będą koło wſpolney linii poprzeczney AGC, będą zatym ſobie podobne, (*przez Prop. 11. Kſięgi IV.*) więc będzie AB, AD = FA, AF, (*przez Definic: 16. Kſięgi IV.*) ale że także podług założenia, czworgrańce BD, FN ſą ſobie podobne, ieſt zatym BA, AD = FA, AN. Zaczym będzie FA, AH = FA, AN. (*przez axioma 2.*) Lecz to żadną miarą bydź nie może. (*przez Axioma 1. y 8. Definicyi 6. y Kſięgi IV.*) Więc czworgrańce BD, FN koło iedneyże linii poprzeczney leżeć muſzą. Co było do okazania.



PROPO-

PROPOZYCYA XIII.

Z centru dwoch wielokątow regularnych iednegoż gatunku, powiodłſzy promienie do wſzyſtkich z oſobna ich węgłow, te wielokąty podzielone zoſtaną na tyleż zarowno troygrańcow ſobie podobnych. (Figura 28. y 29. Tab. III.)

Okazanie. Dane ſą np. dwa ſześciokąty regularne BDF, bdf, z ich centrow A, a powiodłſzy promienie AB, AC, AD, AE, AF, AG, tudzież ab, ac, ad, ae, af, ag, widoczna rzecz ieſt, że ſześciokąt DBF podzielony ieſt na tyleż troygrańcow, co y ſześciokąt dbf. (*przez Lemma Propozycyi* 14. *Kſięgi II.*) Lecz nadto te troygrańce ſą ſobie wzaiemnie podobne, tak troygraniec DAE ieſt podobny troygrańcowi dae, gdyż węgieł DAE rowny ieſt węgłowi dae, (*czytay okazanie Propozycyi* 14. *Kſięgi III.*) ieſt zaś AD = AE, y ad = ae, (*przez Definicyą* 18. *Kſięgi IV.*) więc tak ſię ma bok AD do boku AE, iak ſię ma bok ad do boku ae. Zaczym dwa troygrańce DAE, dae ſą ſobie podobne, (*przez Wnioſek II. Propoz: III. Kſięgi IV.*) tymże ſpoſobem okazać można podobieńſtwo innych troygrańcow w tych dwoch wielokątach. Co było do okazania.

Wnioſek. (*Fig. toż ſama*) Ponieważ promienie AD, ad ſą boki względno-rowne troygrańcow podobnych dae, DAE, (*przez Wnioſek* 1. *Prop.* 2. *Kſięgi IV.*) y dla tego ieſt AD, ad = DE, de. (*przez Wnioſek* 2. *Prop.* 2. *Kſięgi IV.*) Ztąd oczywiście pokazuie ſię, że promienie dwoch wielokątow regularnych iednegoż gatunku, tak ſię maią wprost do ſiebie, iak ſię maią do ſiebie dwa ktorekolwiek ich boki.

PROPOZYCYA XIV.

Obwody dwoch figur prosto-bocznych sobie podobnych, tak się maią wprost do siebie, iak się do siebie maią dwa ktorekolwiek ich boki względnorowne. (Figura 3. y 4. Tab. III.)

Okazanie. Daymy : że dwie Figury prosto-boczne ABC, abc są sobie podobne, y że boki ich są względno rowne AB, ab, BC, bc, CA, ca, mowię : że obwod ABC, tak się ma do obwodu abc, iak się ma *nprz.* bok BC do boku bc sobie względno-rownego. Ponieważ bowiem iest AB, ab = BC, bc = CA, ca, (*przez Wniosek* 2. *Propozycyi* 2. *Księgi IV.*) będzie także więc AB+BC+CA, ab+bc+ca = BC, bc, (*przez Lemma* 9. *Księgi* 4.) Co było do okazania.

Wniosek. Obwody wielokątow regularnych iednegoż gatunku, tak się maią wprost do siebie, iak się do siebie maią dwa ktorekolwiek ich boki względno-rowne, a zatym iak się maią ich promienie. Tak obwod wielokąta regularnego BDF ma się do obwodu wielokąta regularnego bdf, iak się ma bok DE do boku de. (*Figura* 28. *y* 29. *Tabella III.*) y na tymże fundamencie iak się ma promień AD do promienia ad. Te albowiem dwa wielokąty są sobie podobne, (*przez Wniosek II. Defin:* 16. *Księgi* 4.) y boki ich DE, de są względno-rowne, (*przez Defin:* 11. *Księgi* 4.) promienie zaś ich AD, ad tak się maią wprost do siebie, iak boki DE, de. (*przez Wniosek Prop.* 13. *Księgi IV.*)

PROPOZYCYA XV.

Dwie ktorekolwiek Figury prosto-boczne są do siebie w proporcyi dwoistey (in ratione duplicata)

(*czytay*

(*czytay Defin:* 12. *Kſięgi IV.*) *ſwych bokow względno-rownych.* (*Figura* 18. *y* 19. *Tabella III.*)

Okazanie. Nayprzod okażę w troygrańcach ſobie podobnych MNP, mnp, że troygraniec MNP ma ſię do troygrańca mnp w proporcyi dwoiſtey boku MP, do boku względno-rownego mp. Gdyż troygrańce MNP, mnp ſą do ſiebie w proporcyi złożoney z proporcyi baz MP, mp, y z proporcyi wyſokości NX, nx. (*przez Wnioſek Propozycyi* 9. *Kſięgi IV.*) Lecz proporcya baz MP, mp nie rożni ſię od proporcyi wyſokości NX, nx. (*przez Prop.* 6. *Kſięgi IV.*) Zaczym te troygrańce maią ſię do ſiebie w proporcyi złożoney z proporcyi baz MP, mp, (czyli bokow względno-rownych) raz przez ſiebie ſamą zmultyplikowaney. Ale takowa proporcya, ieſt proporcya dwoiſta baz, czyli bokow względno-rownych MP, mp. (*przez Def.* 12. *Kſięgi IV.*) Więc dwa troygrańce MNP, mnp, ſą w proporcyi dwoiſtey ſwych bokow względno-rownych MP, mp. Okazawſzy iuż o troygrańcach, toż ſamo okażę o innych ktorychkolwiek Figurach, weźmy *np.* dwie Figury ſobie podobne BDF, bdf, (*Fig.* 28. *y* 29. *Tab.* 3.) ktorych boki DE, de, ſą względno-rowne, okażę: że y te dwie Figury ſą do ſiebie w proporcyi dwoiſtey ſwych bokow względno-rownych. Podzieliwſzy albowiem obiedwie Figury BDF, bdf, na tyleż zarowno troygrańcow ſobie podobnych DAE, dae, EAF, eaf, &c. (*przez Prop.* 13. *Kſięgi IV.*) Ponieważ dwa ktorekolwiek podobne ſobie troygrańce, ſą do ſiebie w proporcyi dwoiſtey ſwych bokow względno-rownych, (iakośmy dopiero wyżey okazali) będzie troygraniec DAE mieć ſię do

troygrańca dae w proporcyi dwoistey bokow DE, de, tymże sposobem troygraniec EAF mieć się będzie do troygrańca eaf w proporcyi dwoistey bokow EF, ef, toż rozumiey y o innych troygrańcach, ale że względno-rownych bokow Figur podobnych, iednaż czyli taż sama iest proporcya. (*przez Wniosek 2. Prop. 2. Księgi IV.*) więc wszystkie z osobna troygrańce składaiące figurę BDF, mieć się będą do wszystkich z osobna podobnych sobie troygrańcow składaiących figurę bdf w proporcyi dwoistey bokow DE, de. A zatym cała Figura BDF ma się do całey Figury bdf w proporcyi dwoistey boku DE, do boku względno-rownego de. (*przez Lemma IX. Księgi IV.*) Co było do okazania.

Wniosek I. Ztąd boki względno-rowne dwoch Figur sobie podobnych są w proporcyi poddwoistey (*in ratione subduplicata*) tychże Figur. (*przez Definicyą 13. Księgi IV.*)

Wniosek II. Dwa ktorekolwiek wierzchy płaskie prosto-boczne y regularne są do siebie w proporcyi dwoistey swych bokow. Są bowiem sobie podobne, (*przez Wniosek 2. Defin: 16.*) y każdy bok iedney z takowych Figur iest podobny czyli względno-rowny każdemu bokowi Figury drugiey. (*przez Wniosek 3. Definicyi 16. Księgi IV.*)

Wniosek III. Dwie Figury prosto-boczne sobie podobne, tak się maią do siebie, iak się maią do siebie kwadraty ich bokow względno-rownych, *np.* dwa troygrańce sobie podobne MNP, mnp, (*Figura 18. y 19. Tabella III.*) maią się do siebie, iak kwadraty bokow ich sobie podobnych, czyli względno-rownych (*laterum similium, sive homo*

logo-

logorum) DE, de. Gdyż też ſame kwadraty ſą do ſiebie w proporcyi dwoiſtey tychże bokow DE, de. (*przez Wnioſek II. tey Propozycyi*)

Wnioſek IV. Figury proſto-boczne y regularne iednegoż gatunku, ſą do ſiebie w proporcyi dwoiſtey ſwych promieni, bo ſą ſobie wzaiemnie podobne, y proporcya ich promieni nie rożni ſię od tey proporcyi, ktorą dwa ktorekolwiek ich boki do ſiebie maią. (*przez Wnioſek 2. Defin: 16. Kſięgi IV.*)

PROPOZYCYA XVI.

Obwody kol, tak ſię maią wproſt do ſiebie, iak ſię maią do ſiebie ich promienie. (Figura 30. y 31. Tabella III.)

L E M M A.

Koło ieſt wielokąt porządny niezliczoną liczbę bokow maiący.

Okazanie Lemmatu. Ponieważ bowiem wielokąt porządny, tym podobnieyſzy ieſt do koła, im mnieyſze ſą iego boki, a zatym im ich ieſt więcey, z tey przyczyny wielokąt taki, ktoryby miał boki niezmiernie małe, a co do liczby niezliczone, w niczym prawie od koła nie rożniłyby ſię.

Wnioſek. Ztąd wſzyſtkie koła ſą wielokątami porządnemi iednegoż gatunku, a przeto wſzyſtkie ſą ſobie wzaiemnie podobne. (*przez Wnioſek II. Definicyi 16. Kſięgi IV.*)

To przełożywſzy, tak okazuię założoną Propozycyą: Niech będą dwa koła EBD, ebd, ktorych promienie ſą linie AB, ab, mowię: że obwod koła EBD, tak ſię ma do obwodu koła ebd, iak ſię ma promień AB, do promienia ab. Gdy bowiem koła EBD, ebd ſą wielokątami porządnemi iednegoż

gatunku, iakośmy z Lemmatu poprzedzaiącego wnieśli, zatym obwody ich tak ſię mieć muſzą do ſiebie, iak ſię maią ich promienie AB, ab. (*przez Wnioſek Prop.* 14. *Kſięgi IV.*) Co było do okazania.

Wnioſek I. Obwody koł tak ſię maią wproſt do ſiebie, iak ich Dyametry. Gdyż y Dyametry tak ſię maią do ſiebie, iak ich promienie. (*przez Wnioſek II. Lemmatu VI. Kſięgi IV.*)

Wnioſek II. Łuki podobne ſobie dwoch koł tak ſię maią wproſt do ſiebie, iak promienie tychże koł, bo Łuki podobne tak ſię maią względem ſiebie, iak ſię maią do ſiebie całe obwody. (*przez Wnioſek Definicyi* 17. *Kſięgi IV.*)

PROPOZYCYA XVII.

Koła maią ſię do ſiebie w proporcyi dwoiſtey ſwych promieni. (*Figura* 30. *y* 31. *Tab. III.*)

Okazanie. Dwa ktorekolwiek koła, EBD, ebd, uważać możemy nakſztałt wielokątow regularnych iednegoż gatunku, (*przez wnioſek Lemm: Prop.* 16. *Kſięgi IV.*) ale wielokąty regularne iednegoż gatunku maią ſię do ſiebie w proporcyi dwoiſtey ſwych promieni, (*przez wnioſek* 4. *Prop.* 15. *Kſięgi IV.*) toć y koła EBD, ebd mieć ſię do ſiebie powinny w proporcyi dwoiſtey ſwych promieni.

Wnioſek I. Koła maią ſię do ſiebie w proporcyi dwoiſtey ſwych Dyametrow, bo Dyametry koł, tak ſię maią do ſiebie, iak ſię do ſiebie maią promienie tychże koł. (*przez Wnioſek II. Lemmatu VI. Kſięgi IV.*)

Wnioſek II. Koła tak ſię maią do ſiebie, iak ſię maią kwadraty ich promieni, lub kwadraty ich Dyametrow. Gdyż też kwadraty ſą także do ſiebie

w proporcyi dwoiſtey ſwoich bokow, (*przez Wnioſek II. Prop.* 15. *Kſięgi IV.*) ktoremi bokami ſą też promienie, lub Dyametry.

Wnioſek III. Tak pułkoła, iako y ſektory ſobie podobne, ſą względem ſiebie w proporcyi dwoiſtey promieni, a zatym ſą iako tychże promieni kwadraty. Pułkoła bowiem y ſektory podobne, tak ſię maią względem ſiebie, iak całe koła. (*przez Wnioſek Definicyi* 17. *Kſięgi IV.*)

Wnioſek IV. Dyametry y promienie ſą do ſiebie w proporcyi poddwoiſtey (*subduplicata*) koł ſwoich. (*przez Definicyą* 12. *Kſięgi IV.*)

PROPOZYCYA XVIII.

Między danemi dwiema liniami, linią śrzednią proporcyonalną wynaleść, ktoraby ten wzgląd miała do drugiey, iaki wzgląd do niey ma pierwſza. (*Figura* 39. *Tabella III.*)

Rozwiązanie. Niechay będą dane dwie linie BD, DC dla znalezienia śrzedniey, między niemi proporcyonalney. Te położywſzy wzdłuż tak, ażeby iednę linią BCD czyniły, śrzodek iey E weź za centrum, (*przez Prop.* 6. *Kſięgi I.*) a otwartością cyrkla EB = EC odryſuy pułkoła BAC, toż na punkcie D poſtawiwſzy linią pionową DA, (*przez Wnioſek* 1. *Propozycyi* 8. *Kſięgi II.*) mowię: że ta będzie linia proporcyonalną, między danemi liniami BD, DC.

Okazanie. Bo poprowadziwſzy linie BA, CA, robi ſię w pułkole węgieł BAC, ktory ieſt proſty (*przez Wnioſek* 4. *Prop.* 11. *Kſięgi* 3.) z tey przyczyny linia pionowa AD od tegoż węgla ſpuſzczona na bazę BC, ieſt śrzednią linią proporcyonalną

między

między częściami teyże bazy BD, DC, (*przez Wniosek* 1. *Prop.* 4. *Księgi IV.*) ktore to części są dane linie BD, DC. Co było do okazania.

PROPOZYCYA XIX.

Danemu troygrańcowi czworgraniec prosto-kątny rowny zrobić. Y na odwrot: danemu czworgrańcowi prosto-kątnemu rowny troygraniec postawić. (Figura 33. *Tabella III.)*

Rozwiązanie Części I. Dany iest troygraniec BAC, przez wierzchołek iego A poprowadź linią prostą AG, rowno-ległą względem bazy BC. Potym bazę BC podzieliwszy na dwie rowne części w punkcie D, od tegoż punktu, iako też y od punktu C, linie pionowe DE, CF, powiedzione do linii rowno-ległey AG, odetną ci czworgraniec DF, danemu troygrańcowi BAC rowny.

Okazanie. Gdyż powiodłszy trzecią linią pionową z punktu B, do linii rowno-ległey HAG, będzie czworgraniec HC dwa razy większy od troygrańca BAC, (*przez Wniosek* 3. *Prop.* 13. *Księgi II.*) a zatym połowa iego EC, temuż troygrańcowi musi bydź rowna. Co było do okazania.

Rozwiązanie Części II. Dany iest czworgraniec EC, ktoremu rowny troygraniec chcąc zrobić, podwoy bazę DC, pociągnąwszy wprost linią DB, rowną linii DC, potym na bazie BC wystaw troygraniec BAC, z wysokością DE tąż samą, ktora iest w czworgrańcu EC, ten będzie rowny danemu czworgrańcowi. *Okazanie* toż samo, co y Części I.

PROPOZYCYA XX.

Danemu czworgrańcowi kwadrat doskonały rowny wystawić. (Figura 34. *Tabella III.)*

Rozwią-

Rozwiązanie. Dany ieſt czworgraniec podługowaty DF, ktory chcąc przerobić na kwadrat doſkonały, znaydziy śrzednią linią proporcyonalną (*przez Propozycyą* 18. *Kſięgi IV.*) między bokami iego DC y CF = Cf, z ktorych pierwſzy długość, drugi wyſokość znaczy. Ta śrzednia linia proporcyonalna będzie AC, (*przez Wnioſek* 1. *Propoz:* 4. *Kſięgi IV.*) z ktorey zrobiony kwadrat doſkonały CB, rowny będzie danemu czworgrańcowi DF.

Okazanie. Gdyż ∺ DC, AC, Cf, = CF, a zatym DCXCf = ACXAC. (*przez Defin:* 10. *Kſięgi IV*) Co było do okazania.

PROPOZYCYA XXI.

Danym dwom, trzem y wielu innym czworgrańcom doſkonałym, wyſtawić rowny ieden doſkonały czworgraniec. (*Figura* 35. *Tabella III.*)

Rozwiązanie. Bok FB pierwſzego z danych czworgrancow, przenieś na AB, y poſtaw go pionowo do CB boku czworgrańca drugiego, a poprowadziwſzy linią AC, też dwa boki łączącą, z tey kwadrat zrobiony, rowny będzie dwom pierwſzym danym czworgrańcom. (*przez Propozycyą* 5. *Kſięgi IV.*) Potym tenże ſam bok AC przenioſłſzy na EC, y poſtawiwſzy pionowo do DC boku danego trzeciego czworgrańca, y powiodłſzy linią ED, na tey wyſtawiony czworgraniec doſkonały wſzyſtkim trzem czworgrańcom razem wziętym rowny będzie. (*przez Propozycyą* 5. *Kſięgi IV.*) Toż ſamo czyń, gdyby więcey czworgrańcow doſkonałych danych było, dla przerobienia ich na ieden.

PROPO-

PROPOZYCYA XXII.

Danym kilku troygrańcom ieden rowny troygraniec prosto kątny zrobić.

Rozwiązanie. Jeżeli dane troygrańce są rownych baz y wysokości, a zatym sobie rowne, (*przez Wniosek* 3. *Propoz:* 7. *Księgi* 4.) tedy troygraniec, ktorego bazą będzie linia rowna wszystkim danych troygrańcow bazom, a wysokość wspolna bokiem pionowo na tęż linią przypadaiącym, rowny im będzie.

Jeżeli dane troygrańce są rownych baz, a nierownych wysokości, albo rownych wysokości, a nierownych baz, tedy w pierwszym razie linią wysokości nierowne, w drugim linią bazy nierowne zamykaiącą w sobie, za bok ieden położywszy, za drugi zaś postawiwszy pionowo tam bazę, tu wysokość wszystkim wspolną, będziesz miał troygraniec rowny danym.

Jeżeli nakoniec dane troygrańce y baz, y wysokości nierownych, tedy albo wysokości wszystkie, albo bazy za ieden bok, a połowicę baz w pierwszym razie, w drugim zaś połowicę wysokości za bok drugi pionowo padaiący wziąwszy, troygraniec ieden, danym rowny mieć będziesz. Okazanie tey Propozycyi oczywiście wynika z Prop. XIII. Księgi II. y iey Wnioskow, tudzież z Prop. VIII. y X. Księgi IV. z ich Wnioskami.

Wniosek I. Tymże samym sposobem postąpisz, chociażbyś y nieprosto-kątny troygraniec danym troygrańcom rowny stawiał, byleś tylko tenże sam wzgląd miał na bazy y na wysokosci. Gdyż troygrańce rownych baz y wysokości wszystkie sobie są rowne.

PROPO-

PROPOZYCYA XXIII.

Danemu Wielokątowi regularnemu Troygraniec rowny postawić.

Rozwiązanie. Znalazłszy danego wielokąta centrum, (*przez Rozwiązanie Prop.* 13. *Księgi IV.*) y poprowadziwszy z niego linie pionowe do wszystkich tegoż wielokąta węgłow, będziesz miał tyle troygrańcow rownych, (*przez okazanie Części I. Prop.* 13. *Księgi IV.*) ile iest bokow wielokąta, ktore będą rownemi między sobą tychże troygrańcow bazami: a od tegoż centrum na ktorykolwiek bok wielokąta spuściwszy linią pionową, ta będzie wspolną wysokością wszystkich troygrańcow, na ktore wielokąt iest podzielony. Wziąwszy tedy bazy wszystkich troygrańcow, czyli obwod całego wielokąta za bazę, a za bok drugi spuściwszy do niey pionową znalezioną wysokość, będziesz miał troygraniec danemu wielokątowi regularnemu rowny. (*przez Prop.* 21. *Księgi IV.*)

Wniosek I. Czworgraniec zaś prosto-kątny rowny danemu wielokątowi wystawisz, wziąwszy za boki przeciw-ległe połowę baz, y wysokość całą, albo połowę wysokości a bazy całe. Taki bowiem czworgraniec rowny będzie troygrańcowi z całych bąz y z wysokości zrobionemu. (*przez Wniosek III. Propozycyi* 13. *Księgi IV.*)

PROPOZYCYA XXIV.

Dane koło przerobić na troygraniec prosto-kątny iemu rowny.

Ponieważ koło iest wielokąt porządny niezliczoną liczbę bokow maiący, (*przez Lemma Prop.* 16. *Księgi IV.*) a zatym na tyleż troygrańcow

może

może bydź podzielony ; więc tych troygrańcow wſzyſtkie bazy, to ieſt cały obwod koła położywſzy na bazę, a promień tegoż koła, ktory ieſt iego wyſokością, poſtawiwſzy pionowo za bok drugi do teyże bazy, y powiodłſzy bok trzeci zamykaiący plac temiż liniami zaięty, będzieſz miał troygraniec danemu kołowi rowny.

Wnioſek I. Czworgraniec zaś proſto-kątny rowny danemu kołowi zrobiſz, wziąwſzy za boki iego naprzeciw-ległe, puł obwodu koła y cały promień, albo puł promienia y cały obwod koła. (*przez Wnioſek* 5. *Prop.* 23. *Kſięgi IV. y przez Wnioſek* 3. *Prop.* 13. *Kſięgi II.*)

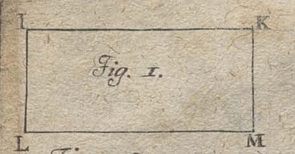
Wnioſek II. Kwadrat nakoniec doſkonały rowny danemu kołowi zrobiſz, wziąwſzy za bok linią śrzednią proporcyonalną (*przez Prop.* 18. *Kſięgi IV.*) między puł-obwodem y promieniem całym, alboli też między puł promieniem y całym obwodem znalezioną. Taki bowiem kwadrat doſkonały, rowny będzie czworgrańcowi proſto-kątnemu, z puł obwodu koła y z promienia, lub z puł promienia y całego obwodu zrobionemu. (*przez Propozycyą* 20. *Kſięgi IV.*)

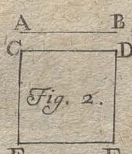
Wnioſek III. Tymże ſpoſobem wyſtawiſz kwadrat doſkonały rowny danemu ktoremukolwiek wielokątowi regularnemu, gdyż każdy wielokąt regularny rowny ieſt czworgrańcowi proſto-kątnemu, zrobionemu bądź z puł obwodu tegoż wielokąta y z promienia całego, bądź z puł promienia a z obwodu całego.

Przypisek. *Długości obwodu koła Matematycznie, czyli za pomocą ſamego cyrkla y linii doyść nie można, na czym zależy zawołana między*

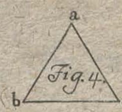
wſzy-

Tablica. III. do Xięgi

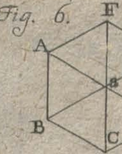


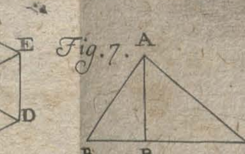


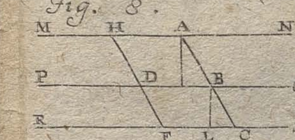


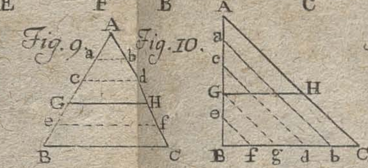


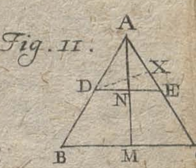


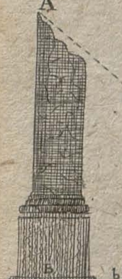
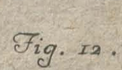



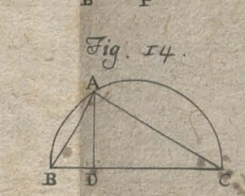


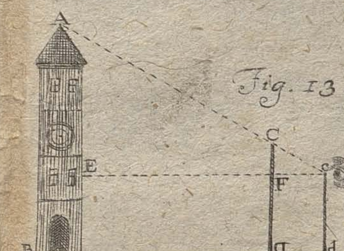


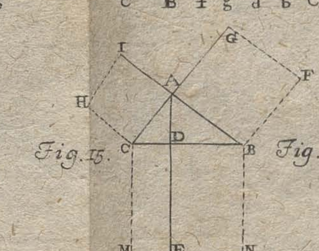




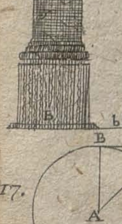



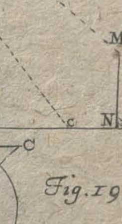


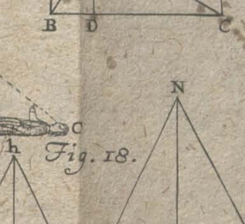


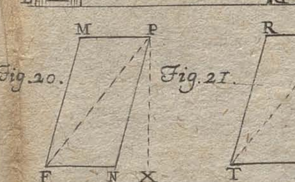


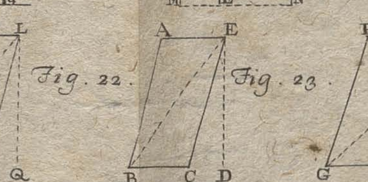


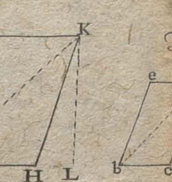




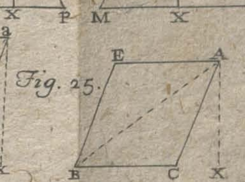


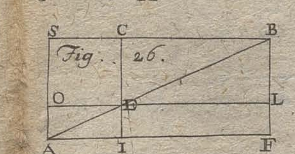


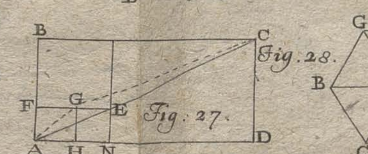


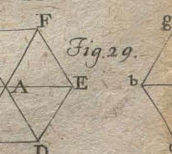
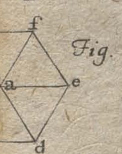




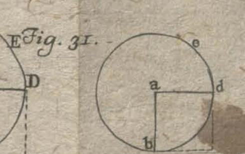


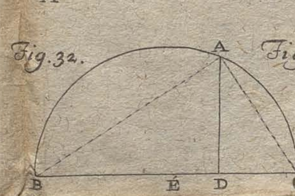


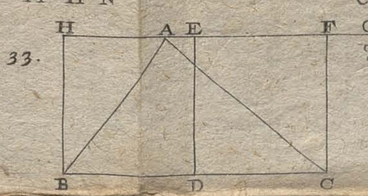


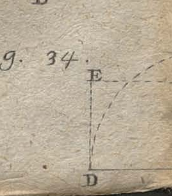



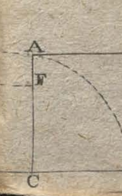
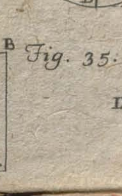
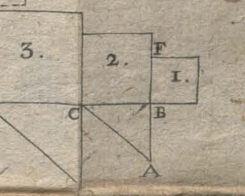










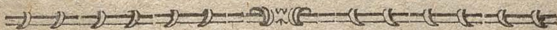
wsz
kol
mo
gr
gdy
na
neg
od
tou
am
kaz
swe
fra
też
dy
Nig
iak
Mo
nyi
ich

1.

w

wi
lin

wszystkiemi Matematykami kwestya: o przerobieniu koła na kwadrat doskonały. *Zaczym cokolwiek tu mowię o przerobieniu go na troygraniec, czworgraniec y kwadrat doskonały, to tak rozumiem; gdy procz cyrkla y linii, insze zażyte będą sposoby na doyście prostey linii, rowney obwodowi koła danego. Matematycy iednak usilnie nad doyściem tego od dawnych pracuiący czasow długość obwodu kołowego w proporcyi do linii śrzodkowey, czyli dyametru koła, kładą iak 22. do 7. Zaczym obwod każdego koła trzy razy kładą, bądź większy od swego dyametru, z przydatkiem frakcyi* $\frac{1}{7}$. *Na tey frakcyi zniesienie, wielu większemi daleko liczbami też proporcyą wyrażaią, kładąc obwod koła do dyametru iak 314. do 100, albo iak 3141, do tysiąca. Nigdy iednak w tych proporcyach bez pozostania iakiegokolwiek frakcyi nie obeydzie się. Było kilku Matematykow, ktorzy się rożnemi czasy z zupełnym tey proporcyi wynalezieniem ogłosili, lecz w ich wynalazkach zawsze wadę iakąś odkryto.*



KSIĘGA V.

O Bryłach (*de Solidis*) Definicye.

1. BRyła, czyli rzecz miąższa (*solidum seu corpus*) iest, cokolwiek wymiar ma w zdłuż, w szerz y w głąb.

2. Każdey bryły końcami, czyli terminami są wierżchy, (*superficies*) wierżchow terminami są linie, linii terminami są punkta.

3. Ta linia zowię się linią prosto-padłą, czyli piono-

pionową do płaſkiego iakiego wierzchu, ktora na żadną nie ſkłaniaiąc ſię bardziey ſtronę, węgły proſte zewſząd z nim czyni, iako *np.* kolumna na poſadzce pionowo ſtoiąca.

4. Kiedy linia proſta OL (*Figura* 1. *Tabella* 4.) nie proſto, lecz z ukoſa ſtoi na wierzchu płaſkim, a od wierzchołkowego ieſt punktu L na tęż płaſzczyznę ſpuſzczona, będzie linia pionowa LP, y punkta OP złączą ſię linią OP. Węgieł LOP, zowie ſię węgłem nachylenia linii OL do płaſzczyzny. (*angulus inclinationis*)

Podobnież gdy wierzch RE (*Figura* 2. *Tabella IV.*) na wierzchu OQ nie pionowo ſtoi, tedy nachylenie ſię iednego ku drugiemu, ieſt węgieł oſtry ABC, zamknięty proſtemi bokami AB, BC, ktore na obydwoch wierzchach proſto ſą powiedzione do wſpolnego przecięcia OE. (*ad communem ſectionem.*)

6. Płaſzczyzny iedne do drugich podobne, czyli tymże ſamym ſpoſobem nachylone, zowią ſię, kiedy węgły ich nachylenia (*anguli inclinationum*) ſą rowne. Toż ſamo y o liniach na wierzchy płaſkie padaiących rozumie ſię.

7. Wierzchy y bryły te ſą rowno-ległe, ktore zewſząd daley powiedzione, rowną wſzędzie odległość od ſiebie zachowuią.

8. Bryły, czyli Figury miąſkie te ſą między ſobą podobne, ktore na wierzchach, czyli bokach ſwoich tok podobny maią y rowną tychże bokow liczbę.

9. Jako węgieł wierzchowy (*angulus ſuperficialis*) ſtaie ſię z linii proſtych na wierzchu płaſkim powiedzionych, (*in ſuperficie plana*) tak węgieł

miąſki (*angulus solidus*) ſtaie ſię z wielu węgłow wierżchowych nie na iedney płaſzczyznie leżących.

10. Węgieł zatym miąſki proſto-boczny ieſt, ktory ſię ſkłada ze trzech naymniey węgłow wierżchowych BAC, BAD, &c. nie na iedney płaſzczyznie leżących, ale w iednym punkcie A kończących ſię. (*Figura* 3. *Tabella IV.*)

11. Węgły miąłkie (*anguli ſolidi*) te ſobie ſą rowne, ktore ſię wewnętrznie nakrywaią wzaiemnie.

12. Jako węgieł wierżchowy ieſt wzaiemne ku ſobie nachylenie ſię linii, tak węgieł miąſki ieſt wzaiemne ku ſobie nachylenie ſię wierżchow.

13. Brył, czyli Figur miąſkich troiaki ieſt gatunek, iedne ſą proſto-wierżchowe, ktore z proſtych płaſkich wierżchow ſkładaią ſię, (*ex ſuperficiebus planis*) drugie krzywo-wierżchowe, ktorych wierżchy ſą ſkrzywione, (*ſuperficies curvæ*) trzecie rożno-wierżchowe, to ieſt: z wierżchow częścią proſtych, częścią krzywych złożone. (*ex ſuperficiebus mixtis.*)

14. Wſzyſtkie zaś w powſzechności Figury miąſkie, czyli bryły, albo ſą regularne, albo nieregularne. W regularnych wſzyſtkie boki iednego ſą toku y iedney wielkości, y takich liczemy pięć: *Tetraedr* ſkładaiący ſię z troygrańcow cztzterech rownych y rowno-bocznych. *Hexaedr* ſześcią rownemi kwadratami zewſząd zamknięty, inaczey zowie ſię koſtka, lub ſześciograń doſkonały. (*cubus*) *Oktaedr* maiący w ſobie ośm troygrańcow rownych y rowno-bocznych. *Dodekaedr* zamknięty dwunaſtą regularnemi pięcio-kątami. *Jsokaedr* złożony z dwudzieſtu rownych y podobnych ſobie troygrańcow, nieregularne zaś Figury miąłkie

ſą, ktorych wierżchy y węgły nie ſą rowne, y takich ieſt bardzo wiele.

15. Z pomiędzy Figur miąſkich proſto-wierżchowe znacznieyſze ſą naſtępuiące. Pierwſza *Pryzma* maiące wierżchy gorny y dolny rowno-ległe, oraz y boki między niemi zamknięte. Jeżeli wierżch gorny y dolny maią Figurę troygrańca, Pryzma zowie ſię troygraniaſte, y takiego ſzczegulnieyſze ieſt używanie w nauce Newtona o kolorach. Pryzma zaś czworgraniaſte będzie, ieżeli gorny y dolny wierżch Figurę czworgrańca mieć będą. Druga Figura miąſka proſto-wierżchowa ieſt *Sześciogran podługowaty* (*Paralellopipedum*) ſkładaiący ſię z ſześciu czworgrańcow, z ktorych dwa każde naprzeciw zoſtaiące ſą ſobie podobne, y rowno-ległe. Trzecia *Piramida* (*Pyramis*) ktora z obſzerney bazy w gorę powſtaiąc, wierżchołek ma śpiczaſty, może bydź troygrańcowa, czworgrańcowa y wielograńcowa podług Figury bazy. Piramida obcięta (*Pyramis truncata*) zowie ſię, ktora wierżchołku śpiczaſtego nie ma.

16. Krzywe Figury miąſkie te ſą godnieyſze uwagi: 1. *Kula doſkonała,* (*Sphæra*) na ktorey obwodzie wſzyſtkie punkta rowno-odległe ſą od centru. 2. *Kula ſpłaſzczona,* (*Sphærois*) mało co rożniąca ſię od kuli doſkonałey, procz tego, że przy biegunach troſzeńkę ieſt nagięta y ſpłaſzczona. Takowey Figury wielu Filozofow mienią bydź okrąg ziemi. 3. *Walec* (*Cylindrus*) ieſt bryła podługowata tok okrągły maiąca. 4. *Kon* (*Conus*) coraz mnieyſzym kręgiem w gorę idący, y kończący ſię na wierżchołku śpiczaſtym, iaka ieſt głowa cukru. Kon obcięty (*Conus truncatus*) zowie ſię,

ktory

ktory nie ma wierżchołku śpiczastego. 5. *Konoida* (*Conois*) iest tegoż samego toku z Konem, ale zamiast wierzchołku śpiczastego, ma na końcu swey wysokości okrągłość.

PROPOZYCYA I.

Pryzma staie się z produktu bazy przez wysokość zmultyplikowaney. (*Figura* 4. *Tabella IV.*)

Okazanie. W danym bowiem Pryzmie dwie bazy ABC, DFE, są sobie rowne, podobne y rownoległe. Boki także FB, EC, DA rowno-ległe są, (*przez Defin:* 15. *Księgi V.*) procz tego wierżchy śrzodkowe (*plana intermedia*) II, HH, GG, są y sobie podobne, y bazie rowne, z bazy zatym tyle razy położoney, ile iest punktow w rozmiarze wysokości pionowey, staie się Pryzma, ktore tym samym będzie produktem bazy zmultyplikowaney przez wysokość. Co było do okazania.

Wniosek I. Jeżeli Pryzma przecięte będzie w ktorymkolwiek mieyscu, wierżchem bazie rownoległym, (*superficie ad basim paralella*) części iego y sobie wzaiemnie, y całey Pryzmie podobne będą. Tak, iakośmy okazali o troygrańcu *w Propozycyi I. Księgi IV.*

Wniosek II. Pryzmy rownych baz, są do siebie w proporcyi wysokości. Y na odwrot: Pryzmy rowney wysokości są do siebie w proporcyi baz.

Wniosek III. Pryzmy bądź proste, bądź ukośne, rowne sobie są, ieżeli rownych są baz y wysokości. Pryzma wprawdzie nachylone, iest dłuższe nad Pryzma proste tak, iak czworgraniec z ukosa leżący, iest dłuższy nad czworgraniec prosto-kątny; przecięż iako czworgraniec ukosem leżący

rowny czworgrańcowi proſtemu, kiedy rowną z nim ma bazę y wyſokość, (*przez Propozycyą* 13. *Kſięgi II.*) ale za to ieſt wąžſzy, podobnież y Pryzma nachylone zawſze rowne będzie Pryzmowi proſtemu, ilekroć z nim mieć będzie tęż ſamę bazę y wyſokość.

RROPOZYCYA II.

Każde Pryzma troygraniaſte zamyka w ſobie trzy piramidy między ſobą rowne. (*Fig.* 5. *Tab.* 4.)

Niech będzie Pryzma ABDFE trzy czworgrańce proſte ſkładaiące tož Pryzma, to ieſt: czworgrańce DC, CE DA, gdy trzema poprzecznemi liniami FB, FA, EB, podzielone zoſtaną, z tego podziału wypadną trzy troygraniaſte piramidy ſobie zupełnie rowne, to ieſt: DFEB, BFAC, ABEF.

Okazanie. Albowiem DFEB = BFAC, bazy bowiem ich, to ieſt: troygrańce DFE, BCA, y wyſokości, to ieſt: boki DB y CF rowne ſą. Y znowu ABEF = DFEB maiąc y wyſokość rowną, bo wſpolną CF, y bazy rowne, to ieſt: troygraniec ABE = troygrańcowi DBE, ktore to troygrańce ſą połowy czworgrańca proſtego EB. A že rzeczy rownaiące ſię každa oſobno z trzecią, rowne ſą między ſobą, (*przez axioma* 2.) będą więc DFEB = BFAC = ABEF. A zatym Pryzma troygraniaſte zamyka w ſobie trzy piramidy troygraniaſte, zupełnie ſobie rowne. Co było do okazania.

Wnioſek I. Jako Pryzma troygraniaſte podzielone ieſt na trzy troygraniaſte piramidy, z tąž ſamą bazą y wyſokością, tak každe inſze Pryzma wielogranne dzielić ſię može na piramid trzy tylogrannych, ile granne ieſt ſame.

Wnioſek

Wniosek II. Każda zatym piramida ieſt trzecia część Pryzmy.

Wniosek III. Jako troygraniec lub ktorakolwiek Figura wielo kątna, na tyle troygrańcow podzielona bydź może, ile ma bokow, ieżeli z iey centru linie proſte do wſzyſtkich iey węgłow powiedzione będą, podobnym ſpoſobem, y każde wielo-boczne Pryzma na tyle Pryzmow troygraniaſtych ieſt podzielne, ile ma bokow.

PROPOZYCYA III.

Pryzmy nierownych baz y wyſokości ſą do ſiebie w proporcyi złożoney z proporcyi baz, y z proporcyi wyſokości. (Figura 6. y 7. Tab. IV.)

Okazanie. Niechay będą dwie Pryzmy AE, ae, ktorych bazy DEF, def nierowne ſą między ſobą, iako y wyſokości MN, mn, mowię: że Pryzma AE ieſt do Pryzmy ae, w proporcyi złożoney, z proporcyi bazy DEF, do bazy def, y z proporcyi wyſokości MN do wyſokości mn. Położmy bowiem, że baza DEF = 20, baza def = 10, wyſokości MN = 12, wyſokości mn = 6. Będzie więc Pryzma AE = 20 X 12 = 240. Pryzma zaś ae = 10 X 6 = 60. (*przez Prop. I. Kſięgi V.*) Ale produkt 240 do produktu 60, ieſt w proporcyi złożoney, z proporcyi 20 do 10, y z proporcyi 12 do 6. (*przez Przypiſek I. Lemmatu 9. Kſięgi IV.*) Zaczym y Pryzma AE będzie do Pryzmy ae, w proporcyi złożoney z proporcyi bazy DEF do bazy def, y z proporcyi wyſokości MN do wyſokości mn. Co było do okazania.

Wniosek I. Piramidy nierownych baz y wyſokości, ſą do ſiebie w proporcyi ſkładaney z proporcyi

baz y wyſokości. Piramidy bowiem DME, dme, nierownych baz DEF, def, y wyſokości MN, mn, ſą do ſiebie w proporcyi Pryzmow AE, ae, będąc zobopolnie każda piramida trzecią częścią ſwey Pryzmy. (*przez Wnioſek II. Prop. II. Kſięgi V.*) Zaczym z tąż ſamą, co Pryzmy ſą do ſiebie proporcyą.

PROPOZYCYA IV.

Sześciograniec podługowaty (parallelopipedum) *wierzchem poprzecznym* (plano diagonali) *dzieli ſię na dwie troygraniaſte Pryzmy zupełnie między ſobą rowne.* (*Figura 8. Tabella IV.*)

Okazanie. Niech będzie Sześciograniec podługowaty (*Parallelopipedum*) HAED, ten wierzchem poprzecznym (*plano diagonali*) ABDC na dwie rowne ſobie Pryzmy zupełnie podzielony ieſt. Dwa bowiem rowno-ległe czworgrańce GAEB, y HCDF dwiema poprzecznemi liniami AB y CD dzielą ſię na dwa rowne troygrańce, (*przez Propoz: XI. Kſięgi IV.*) ktore maią y bazy, y wyſokości rowne. Zaczym y Pryzmy ABE, HCD tychże ſamych troygrańcow miarę tak co do baz, iako y co do wyſokości noſząc, a oraz wſzyſtkie boki wierzchami rowno-ległemi zamknięte maiąc, rowne ſobie także bydź powinny. (*przez Wnioſek III. Prop. I. Kſięgi V.*) Co było do okazania.

PROPOZYCYA V.

Dwa Sześciograńce podługowate ſobie podobne, (Parallelopipeda ſimilia) *ſą do ſiebie w proporcyi troiſtey bokow rowno-względnych,* (laterum homologorum) *to ieſt: tak ſię do ſiebie maią, iak Sześciograny exponenſow tychże bokow rowno-względnych.*

Okazanie. Dwie bowiem Figury ſobie podobne, kiedy ſię tylko wzdłuż y wſzerz biorą, ſą do ſiebie w proporcyi dwoiſtey bokow rowno-względnych, (*przez Prop.* 15. *Kſięgi IV.*) ſześciogrance zaś podługowate ſobie podobne, (*parallelopipeda ſimilia*) ponieważ nie tylko wzdłuż y wſzerz, ale też y wgłąb wymiar maią, powinny zatym bydź do ſiebie w proporcyi troiſtey bokow ſwych rowno-względnych. Jeżeli więc ſześciograniec iaki podługowaty będzie w zdłuż, w ſzerz y w głąb, trzy razy więkſzy od ſześciograńca drugiego, proporcya ich exponenſow będzie 3. 1. Uczyniwſzy więc z obydwoch ſześciogran, (*Cubum*) wypadnie z nich proporcya troiſta 27. y 1, y ta wſkaże, że ſześciograniec pierwſzy więkſzy ieſt od drugiego dwadzieścia ſiedm razy. Co było do okazania.

Wnioſek. Gdyby zaś ſześciograniec iaki podługowaty zrobiony był z multyplikacyi trzech linii w całey proporcyi do ſiebie będących, (*in proportione continua*) ten rownyby był ſześciograńcowi doſkonałemu z śrzedniey linii proporcyonalney zrobionemu, to ieſt: maiącemu wſzyſtkie boki rowne teyże śrzedniey linii proporcyonalney. Tak gdyby ieden ſześciograniec miał bazę od ſtop 8 ſzerokość ſtop 2, a wyſokość ſtop 4, te trzy linie będą do ſiebie w proporcyi ciągłey ∺ 8. 4. 2. A zatym zmultyplikowane wſpolnie uczynią $8 X 4 X 2 = 64$. Wziąwſzy potym śrzednią linią proporcyonalną 4. y ſześciogran drugi z niey zrobiwſzy $4 X 4 X 4$, wypadnie taż ſama liczba 64, ktora obydwa te ſześciograńce zupełnie ſobie rowne być pokaże.

PROPOZYCYA VI.

Walec (Cylinder) *ieſt Pryzma niezliczone boki maiące.* (*Figura* 9. *y* 10. *Tabella IV.*)

Okazanie. Daymy walec ACBD, mowię: że ten nie rożni ſię od Pryzmy złożoney z niezliczonych czworgrańcow, ſzerokość niezmiernie drobną maiących. Weźmy bowiem Pryzmę BDFH, ktorey baza BLKHG ieſt wielokąt regularny. Rzecz oczywiſta ieſt, że bokow tegoż wielokąta bazą Pryzmy będącego, pomnożyć nie można bez odmienienia obwodu, to ieſt: że razem pomnożone bydź muſzą czworgrańce rowno-legle-boczne ſkładaiące daną Pryzmę. A zatym ieżeli boki bazy ſą niezliczone y nieſkończenie drobne, czworgrańce także rowno-legle-boczne, z ktorych ſię Pryzma ſkładą, niezliczone y nieſkończenie małey ſzerokości bydź muſzą. Pewną zaś ieſt, (iakośmy iuż w Kſiędze IV. okazali.) że obwod wielokąta niezliczone boki maiącego, nie rożni ſię od obwodu koła. Toć kiedy y czworgrańce rowno-legleboczne ſkładaiące obwod Pryzmy, nieſkończenie drobne będą, na ow czas wierzch Pryzmy (*superficies Priſmatis*) zamienić ſię muſi w ieden wierzch krzywy na obwod koła, a raczey na obwod walca wychodzący, a zatym cała Pryzma odmieni ſię w walec. Więc każdy walec nic inſzego nie ieſt, tylko Pryzma niezliczone boki maiące. Co było do okazania.

Vnioſek. Wierzch zatym każdego walca, ſkłada ſię z niezliczonych czworgrańcow niezmiernie drobnych, bokami z ſobą łączących ſię.

PROPOZYCYA VII.

Kon ieſt Piramida niezliczone boki maiąca. (*Figura* 11. *Tab. IV.*)

Niech

Niech będzie dany Kon BAD, mowię: że ten nie rożni ſię od Piramidy złożoney z niezliczonych troygrańcow, bazy nieſkończenie drobne maiących.

Okazanie. Toż ſamo właśnie ieſt, co y Propozycyi poprzedzaiącey. Każdy bowiem oczywiście widzi, że Piramida tym podobnieyſza ieſt Konowi, im więcey bokow ma iey baza, tę ſamę zawſze obſzerność obwodu zachowuiąca, im bardziey zatym rozmnożone będą troygrańce będące bokami Piramidy, tym bardziey zdrobnieią, y obwod bazy Piramidy z baz tychże troygrańcow uformowany, coraz bardziey podawać ſię będzie na obwod koła. Gdyby więc boki teyże bazy były niezliczone, y nieſkończenie drobne, tym ſamym y boki całey Piramidy z tyleż troygrańcow ſkładaiące ſię zdrobniałyby niezmiernie, tak dalece: że takowey Piramidy od Konu wcale nie możnaby było rozeznać. Więc każdy Kon uważany bydź może, iak Piramida niezliczonemi troygrańcami bazy nieſkończenie małe maiącemi zamknięta. Co było do okazania.

Wnioſek I. (*Fig. taż ſama*) Kon formuie ſię, gdy troygrańca proſto-kątnego BEA, bok BA proſtemu węgłowi przeciw-legły, koło boku pionowego AE, tenże proſty węgieł czyniącego, w koło BCDE obwiedziony zoſtanie.

Wnioſek II. (*Figura* 12. *Tab. IV.*) Każdy Kon ieſt trzecią częścią walca, czyli Cylindra, tęż ſamę bazę y wyſokość maiącego, to ieſt: Kon CED, maiący rowną bazę CD y wyſokość EF, z walcem ACDB ieſt trzecią częścią tegoż walca. Ponieważ bowiem każdy Kon za Piramidę boki niezliczone maiącą, (*przez Prop. teraźnieyſzą*) y walce każdy

za

za Pryzmę z bokow niezliczonych y niezmiernie drobnych złożoną, (*przez Propoz. 6. Kfięgi V.*) brać można, idzie ztąd naturalnie, że iako każda Piramida ieft trzecią częścią Pryzmy, (*przez wniofek 2. Prop. 2. Kfięgi V.*) maiący z fobą też famę wyfokość y bazę, tak y Kon każdy ieft trzecią częścią walca teyże famey bazy y wyfokości będącego.

PROPOZYCYA VIII.

Kula iakkolwiek przecięta zoftanie, płafzczyzna iey przecięcia będzie koło dofkonałe, to zaś w ten fpofob: iż ieżeli kuli przecięcie DFEH przez centrum kuli przechodzić będzie, tedy koło naywiękfze odetnie. Jeżeli zaś toż przecięcie nie przez centrum kuli powiedzione zoftanie, iakie ieft GMAN, tedy takowego koła promienie GO, OH będą mnieyfze od promieni kuli. (Figura 13. Tabella IV.)

Przed okazaniem tey Propozycyi wiedzieć potrzeba, iż w kuli, o ktorey mowiliśmy w Definicyi 16. tey Kfięgi, części naftępuiące uważane być maią. 1. Punkt A położony w famym śrzodku kuli, y iey będący centrem, od ktorego wfzyftkie promienie do obwodu powiedzione, rowne fobie fą. Q Oś kuli (*axis fphæræ*) linia profta BC przez centrum kuli do oftatnich obwodu kuli punktow powiedziona. 3. Oftatnie punkta czyli bieguny kuli (*poli fphæræ*) fą punkta BC. 4. Obfzerność kołowa kuli (*amplitudo circularis fphæræ*) ieft obwod okrągły koła, z centru A otwartością cyrkla AB powiedziony, iaki ieft BECD. 5. Obwod wierżchowy (*Perimeter fuperficialis*) ieft wierżch zewnętrzny całey kuli. 6. Miąfkość kuli (*foliditas fphæræ*) ieft cała oneyże bryła wierżchem okrągłym

głym zamknięta. 7. Kula formuie ſię, kiedy pułkoła BEC na oſi BC w koło obrocone zoſtanie. To przełożywſzy, zadaną Propozycyą tak okazuię.

Okazanie Części I. Jakkolwiek kula DGBHEC przecięta będzie, tedy wynalazłſzy centra na płaſzczyznach iey przecięcia bądź większego DSEU, bądź mnieyſzego GMHN, (*przez Wnioſek Prop.* 2. *Kſięgi III.*) od tych linie do punktow wierżchowego przecięcia powiedzione, wſzyſtkie rowne ſobie będą. Kula bowiem co do miąſkości ſwoiey, może ſię uważać nakſztałt bryły otoczoney niezliczonemi kołami przy ſobie ległemi y zrobionemi z centrow, coraz inſzych wziętych na tymże ſamym dyametrze kuli, y w iedneyże zawſze proporcyi drobnieiącemi, aż poki do ſamych biegunow nie przytkną. Tym ſpoſobem płaſzczyzna większego przecięcia DSEU, może ſię uważać, iako koło z wynalezionego centru A, otwartością cyrkla AD odryſowane, tudzież płaſzczyzna mnieyſzego przecięcia GMHN, może ſię brać nakſztałt mnieyſzego koła z wynalezionego centru O, otwartością cyrkla OG zrobionego. A zatym tak w przecięciu większym linie AG, AH, AD, iako y w przecięciu mnieyſzym linie OG, OH, rowne ſobie będą. (*przez Defin:* 1. *y Wnioſek Defin:* 5. *Kſięgi III.*) Y pierwſzego więc, y drugiego przecięcia płaſzczyzna, koło doſkonałe czynić muſi. Co było do okazania.

Okazanie Części II. Powiodłſzy od centru kuli A, promień AB pionowy do linii GOH, przechodzącey przez O centrum przecięcia GMHN, nieprzechodzącego przez centrum kuli, mowię: że promienie tegoż przecięcia OG, OH, mnieyſze ſą

od

promieni kuli. Gdyż w troygrańcu AOH czworgraniec doskonały zrobiony z boku AH, ktory iest promieniem kuli, rowny iest czworgrańcom doskonałym z bokow AO, y OH zrobionym. (*przez Prop.* 5. *Księgi IV.*) Ale AH = AE, zaś OH iest promień mnieyszego przecięcia GMH tak, iako AE promień większego przecięcia DSEU, więc promienie przecięcia kuli przez centrum nieprzechodzącego mnieysze są od promieni przecięcia, ktore przez centrum teyże kuli iest powiedzione. Co było do okazania.

Wniosek I. Jeżeli kilkanaście koł naywiększych, iakie bydź mogą w kuli, też kulę przecinaią, y siebie oraz na dwie rowne części przetną, a iako też naywiększe koła rowne są między sobą, bo wszystkie przez toż samo centrum przechodzą, tak y części z przecinania się ich wzaiemnego wynikaiące, rowne sobie bydź muszą. Ztąd iest, że na kuli armillarney, ktorey Geografowie zażywaią, stanowisko słońca letnie od zimowego rownie iest odległe, iako też porownanie dnia z nocą wiosenne od iesiennego. Gdyż dwa cyrkuły większe nazwane kolury, ktore wyrażać sobie można, iakoby przechodzące przez centrum Sfery, na dwie rowne części tęż Sferę przecinaią.

Wniosek II. (*Figura* 14. *Tab. IV.*) Kula ACBG walcem DFHE obwiedziona, tenże sam ma Dyameter, co y baza tegoż walca. Gdyż tak bazy walca, iako y kuli tymże walcem otoczoney Dyameter, dwa razy większy iest od promienia.

PROPOZYCYA IX.

Kula rowna iest Piramidzie, lub Konowi prostemu, ktore-

ktorego bazą ieſt cała obſzerność wierżchu kuli, a wyſokością promień oneyże. (Fig. 15. Tab. 4.)

Okazanie. Jako koło pokazaliśmy bydź wielokątem regularnym boki niezliczone maiącym, (*przez Lemma Prop. 16. Kſięgi IV.*) tak y kula uważana bydź może iak Figura miąſka regularna, złożona z niezliczonych Piramid, maiących za wyſokość promień teyże kuli, a za bazę całą wierżchową obſzerność oneyże, do ktorey wſzyſtkich Piramid wierżchołki zbiegaią ſię przy centrze C. Piramidy zaś wſzyſtkie, ile ich bydź może z iedną wyſokością, ſą do ſiebie w proporcyi baz tak, iako Pryzmy iedneyże wyſokości, (*przez Wnioſek II. Prop. I. Kſięgi V.*) więc kula rowna ieſt Piramidzie maiącey za bazę cały wierżch kuli, a za wyſokość promień. Ale Piramida boki niezliczone maiąca, rowna ſię Konowi, (*przez Propozycyą 7. Kſięgi V.*) więc iako kula rowna ieſt Piramidzie, tak y Konowi rowna bydź powinna, będącemu z wyſokością promienia y z bazą całego wierżchu ſwoiego. Co było do okazania.

Wnioſek I. Ponieważ Piramida każda Pryzmy, (*przez Wnioſek 2. Prop. 2. Kſięgi V.*) a Kon walca (*przez Wnioſek 2. Prop. 7. Kſięgi V.*) z tąż ſamą bazą y wyſokością będących, ieſt trzecią częścią, ztąd łatwo wnieſieſz: że kula iako ieſt rowna Piramidzie lub Konowi, ktorych bazą ieſt cała obſzerność wierżchu kuli, a wyſokością promień, tak każda kula brana bydź powinna za trzecią część walca, lub Pryzmy maiących za bazę całą wierżchową obſzerność, a za wyſokość promień kuli.

Wnioſek II. Obſzerność wierżchowa koła, iako ſię powiedziało *w Wnioſku I. Prop. 24. Kſięgi V.*

rowna

rowna ieſt produktowi wynikaiącemu z multyplikacyi puł obwodu koła przez cały promień, (*czytay Prop.* 24. *Kſięgi IV. z iey Wnioſkami y Przypiſkami.*) z wynalezioney zaś obſzerności koła, łatwo doyść można obſzerności wierżchowey kuli iakieykolwiek, ktora ieſt rowna czterem naywiękſzym teyże kuli cyrkułom, iako doſzedł y okazał Archimedes. Ponieważ więc pole każdego koła mamy z multyplikacyi połowy obwodu przez promień, a pole dwa razy więkſze z multyplikacyi całego obwodu przez tenże promień. Ztąd rzeczywiście wynika, że pole cztery razy więkſze, ktore ma bydź rowne wierżchowey obſzerności całey kuli, wyniknie z multyplikacyi całego obwodu przez cały Dyameter. W każdey zatym kuli przez walor Dyametru zmultyplikowawſzy walor koła naywiękſzego, całą wierżchową obſzerność teyże kuli mieć będziemy. O proporcyi zaś, ktora między koła każdego Dyametrem y obwodem zachodzi, dosyć dokładnie mowiło ſię w Przypiſku Prop. 24. Kſięgi IV.

PROPOZYCYA X.

Sześciograniec podługowaty, Pryzmę, Walec, lub Kona zmierzyć.

Rozwiązanie. Sześciograńca, Pryzmy, lub Walca bazę zmultyplikuy przez wyſokość ich pionową, bazę zaś Piramidy, lub Kona przez trzecią część pionowey ich wyſokości, a wypadnie ci wymiar całey ich miąſkości.

Dla tego zaś baza Piramidy y Kona tylko przez trzecią część pionowey ich wyſokości multyplikuie ſię, że Piramida ieſt trzecią częścią Pryzmy,

a Kon walca tęż ſamę bazę y wyſokość maiącego. Co było do uczynienia.

PROPOZYCYA XI.

Miąskość kuli zmierzyć. (*Figura* 15. *Tab. IV.*)

Rozwiązanie. Znalazłſzy wierżchową obſzerność kuli, (*przez Wnioſek* 2. *Prop.* 9. *Kſięgi V.*) całey miąſkości iey łatwo doydzieſz, gdy zmultyplikuieſz tęż obſzerność kuli wierżchową przez trzecią część iey promienia.

Okazanie. Kula bowiem rowna ieſt Konowi proſtemu, maiącemu za bazę całą wierżchową kuli obſzerność, a za wyſokość promień oneyże, (*przez Prop.* 9. *Kſięgi V.*) tak Kon BCA, rowny ieſt kuli OCI, ieżeli baza tegoż Kona BA rowna ſię obſzerności kuli wierżchowey. Ale miąſkości Kona dochodziemy z multyplikacyi całey iego bazy przez trzecią część wyſokości, (*przez Prop. X. Kſięgi V.*) więc y miąſkość kuli temuż Konowi rowney mieć będziemy, zmultyplikowawſzy całą wierżchową iey obſzerność, ktora ieſt bazą Kona ſobie rownego, przez trzecią część promienia będącego wyſokością Kona iey rownego.

Tegoż ſamego doydzieſz, multyplikuiąc naywiękſzy obwod kuli przez dwie ze trzech części iey Dyametru.

Wnioſék. Gdyby na bazie obwodu naywiękſzego DE daney kuli OCT, poſtawiony był Kon DOE, z wyſokością Dyametru teyże kuli, y na teyże ſamey bazie z tąż ſamą wyſokością, gdyby był poſtawiony walec EF, będą do ſiebie Kon, kula y walec w tey ſamey proporcyi, co 1. 2. 3. (*Figura taż ſama.*)

KSIĘGA

KSIĘGA VI.

O przecięciach Konu (*de Sectionibus Conicis*) y o liniach krzywych.

1. NAuka o przecięciach Konu, y o liniach krzywych, wyższey Matematyki ma nazwisko, zkąd doskonałe iey poznanie większey pracy y otwartości rozumu wyciąga, gdyż umysły młodych, nie dobrze ieszcze w rzeczach Ziemiomierniczych ugruntowane, łatwo zaplątać może. Co iednak nie tak wstręt czynić, iak tym większey dodać im ochoty powinno, do przyłożenia się usilnego, na zrozumienie krotkich tych y początkowych o liniach krzywych wiadomości, ktore w tey ostatniey Księdze wykładam, zwłaszcza, że ia nie spuszczaiąc z oka zamierzonego pracy do iey celu, y pomnąc na to, iż dla zaczynaiących piszę te tylko rzeczy, ktore od nich snadniey zrozumiane bydź mogą, iak nayłatwieyszym staram się podać sposobem; dalszych poięcie, z Ksiąg dokładniey o tym napisanych, ochocie ich zostawuiąc.

2. Kon każdy pięciorako przecięty bydź może. *Nayprzod:* Płaszczyzną od wierzchołku Konu do bazy powiedzioną, y z takiego przecięcia wynika troygraniec prosto-boczny BAC. (*Fig.* 16. *Tab.* 4.) *Powtore:* Płaszczyzną bazie rowno-ległą, y takie przecięcie formuie koło ab. (*Fig. taż sama*) *Potrzecie:* Płaszczyzną oś Konu ukosem przecinaiącą, ktoraby bazie nie była rowno-legła, a oby-dwoch bokow Konu tykała, y takie przecięcie zowie się Ellipsa, *Ellipsis* iakie iest ab. (*Fig.* 17. *Tab.* 4.

Tab. 4.) *Poczwarte:* Płaszczyzną z iednym Konu bokiem rowno-ległą, y zowie się *Parabola*, iaka iest ED. (*Fig.* 18. *Tab.* 4.) *Popięte:* Nakoniec płaszczyzną ED, ktora przechodzi przez bazę Konu BC, y pociągniona daley w gorę, tymże sposobem przecinałaby drugi Kon, danemu Konowi wierzchołkiem przeciw-legły, y takie przecięcie zowie się *Hyperbola.* (*Figura* 19. *Tab.* 4.) Gdy iednak o przecięciach Konu mowa iest u Geometrow, nie rozumieią się wszystkie, ale tylko trzy ostatnie przecięcia, to iest: Ellipsa, Parabola y Hyperbola. Gdyż o pierwszych dwoch, to iest o troygrańcu y o kole, tudzież o naturze y własnościach ich, dosyć obszernie mowi się w Księgach poprzedzaiących.

3. Linie obwodowe trzech ostatnich przecięciow Konu są krzywe, y wizerunek ich iest następuiący. Linii Ellipsy *na Fig.* 20. Paraboli *na Fig.* 21. Hyperboli na *Fig.* 22. *Tab.* 4. Z samego zaś spoyzrzenia rzecz widoczna iest: że wszystkie te linie krzywe przy wierzchołku osi, bardziey oddalaią się od centru swoiego, niżeli koło, y przeto tamże większą wypukłość formuią.

4. Oś każdey linii krzywey, iest linia prosta przez płaszczyznę przecięcia od wierzchołku do bazy zasiągaiąca, y bazę na dwie rowne dzieląca części, taka iest w Ellipsie AH, (*Fig.* 20. *Tab.* 4.) ktora oraz zowie się dyametrem większym, linia zaś IK dyametrem mnieyszym. Taka w Paraboli linia AI, (*Fig.* 21. *Tab.* 4.) a w Hyperboli linia AB. (*Fig.* 22. *Tab.* 4.) Wierzchołek zaś iest punkt naywyższy A, w ktorym oś krzywey linii dotyka się.

5. Cięciwy przecięcia, (*chordæ sectionum*) ktore inni liniami rzędowemi zowią, (*ordinatæ*) są

linie między ſobą rowno-ległe, przecinaiące oś pionowo, y przeciw-ległych obwodow linii krzywey tykaiące. Takie ſą w Ellipſie CDIK, (*Fig.* 20. *Tab.* 4.) w Paraboli LM, HK, BC, (*Figura* 21. *Tab.* 4.) w Hyperboli TU, PO, (*Fig.* 22. *Tab* 4.) Puł-cięciwia (*semiordinatæ*) ſą połowice tychże rzędowych linii, iako w Ellipſie EC, OI, (*Figura* 20. *Tab.* 4.) w Paraboli EL, FH, (*Fig.* 21. *Tab.* 4.) a w Paraboli DP, CT. (*Fig.* 22. *Tab.* 4.)

6. Centrum odbicia, czyli Fokus (*centrum reflexionis, vel focus*) ieſt punkt na oſi linii krzywey, przez ktory linia rzędowa przechodząca, tak długa ieſt, iak Perimeter; w takowym centrze, czyli Foku, wſzyſtkie promienie zwierciadeł palących zbieraią ſię, takie punkta ſą w Ellipſie E, E, (*Figura* 20. *Tab.* 4.) w Paraboli punkt F, (*Fig.* 21. *Tab.* 4.) w Hyperboli punkt C. (*Fig.* 22. *Tab.* 4.)

7. Linie odcięte, czyli ſtrzały (*abſciſſæ, vel ſagittæ*) ſą części Dyametru między wierżchołkiem onegoż y liniami rzędowemi zaięte, iakie ſą w Paraboli AE, AF, AI, (*Fig.* 21. *Tab* 4.) za pomocą takowych linii odciętych, czyli ſtrzał, poznaie ſię, iakiego gatunku każda linia krzywa ieſt. Tak np. koło od każdey inney linii krzywey tym ſię rożni, że puł cięciwie, czyli połowica linii rzędowey (*semiordinata*) AD, ieſt śrzednią linią proporcyonalną między dyametrem BD, y między linią odciętą, czyli ſtrzałą DC. (*Fig.* 33. *Tab.* 3.)

8. Parameter ieſt linia proſta miary iednoſtayney, od ktorey wſzyſtkich Konu przecięciow właſności wywodzą ſię. Taka linia w Ellipſie rowna ieſt linii rzędowey CD, przez punkt odbicia E przechodzącey, (*Fig.* 20. *Tab.* 4.) w Paraboli ro-

wna

wna linii HK, (*Fig.* 21. *Tab.* 4.) y ieſt linią trzecią proporcyonalną między ſtrzałą AF, y puł cięciwiem FH, (*inter abſciſſam & ſemiordinatam*) w Hyperboli na końcu Parameter rowny ieſt linii TU. (*Fig.* 22. *Tab.* 4.) Parameter w Ellipſie y w Hyperboli ieſt trzecią linią proporcyonalną do oſi większey y mnieyſzey.

9. Dyameter przecięcia Konu, ieſt każda linia proſta od punktu iednego obwodu do punktu przeciw-ległego powiedziona, ktora przecinaiąc na dwie rowne części linią drugą, przecina oraz na dwie rowne części wſzyſtkie inne teyże linii rowno-ległe, a względem ſiebie rzędowe. Tak: ieżeli linia proſta AB (*Fig.* 23. *Tab.* 4.) w krzywey Figurze ABD, dzieli na dwie rowne części linie ab, ed, y wſzyſtkie inne rowno-ległe z linią xy, ktorą także na dwie rowne części rozdziela, tym ſamym nazwie ſię dyametrem Figury ABD. Na tym fundamencie każda oś może ſię nazwać dyametrem, ale nie każdy dyameter oſią. Gdyż oś linie rzędowe (*ordinatas*) przecina pionowo, (*perpendiculariter*) a dyameter przecina ie ukośnie. (*oblique.*)

10. Dyametry złączone (*Diametri coniugatæ*) zowią ſię dwa ktorekolwiek takowe dyametry, z ktorych każdy na dwie rowne części dzieli drugiego, y wſzyſtkie inne linie względem niego rowno-ległe, a względem ſiebie rzędowe. Tak: ieżeli dyameter AB (*Figura* 23. *Tab.* 4.) na dwie rowne części dzieli drugiego dyametra ed, y wſzyſtkie linie proſte ab, xy względem niego rowno-ległe, tudzież ieżeli dyameter ed przecina także na dwie rowne części dyametra AB, tudzież proſte linie ru, fg, y wſzyſtkie inne względem niego

rowno-ległe, dwa takowe dyametry AB, ed nazwą ſię dyametry złączone. (*diametri coniugatæ*)

11. Jeſt ieſzcze w Figurach krzywych linia nazwana Dyameter, czyli oś zawrocona, (*Diameter, vel axis transverſus*) ktora przez wierżchołki dwoch Hyperbol wierżchołkiem ſobie przeciw-ległych przechodząc, wſzyſtkie ich rzędowe linie na dwie rowne części rozdziela, iaka ieſt linia proſta AB. (*Fig.* 24. *Tab.* 4.) Ale takowy Dyameter ſamym tylko Hyperbolom ieſt właściwy. Te przełożywſzy początkowe wiadomości y Definicye, teraz przyſtępuię do mowienia w ſzczegulności o każdey linii krzywey.

O ELLIPSIE.

12. *Ellipſa ieſt Figura iedną linią krzywą tak zawarta, że czworgrańce doſkonałe z rzędowych linii czyli cięciw, tak ſię maią wproſt do ſiebie, iak ſię maią do ſiebie czworgrańce proſto-kątne, zrobione z dwoch części oſi przez też cięciwy przeciętey, tak iednak, że im nigdy rowne nie ſą.* Na tym fundamencie kwadrat doſkonały z puł cięciwia (*ex semiordinata*) CM (*Fig.* 25. *Tab.* 4.) to ieſt: kwadrat CSTM tak ſię ma do kwadratu doſkonałego z puł-cięciwia DN = DORN, iak ſię ma czworgraniec proſto-kątny CFXB, zrobiony z dwoch części oſi ACXCB, do czworgrańca proſto-kątnego DGKB zrobionego z części teyże oſi ADXDB. Przecięż ani kwadrat CSTM rowny ieſt czworgrańcowi proſto-kątnemu CTXB, ani kwadrat DORN czworgrańcowi proſto kątnemu DGKB. Y ztąd daie ſię widzieć rożnica między Ellipſą, a kołem zachodząca, że w kole kwadrat doſkonały z puł-

cięci-

cięciwia AD, (*Fig.* 33. *Tab.* 3.) rowny ieſt czworgrańcowi proſto-kątnemu BDXDC. Puł-cięciwie bowiem AD, ieſt śrzednią linią proporcyonalną między linią BD y linią DC, częściami Dyametru, czyli oſi BC. (*przez Prop.* 18. *Kſięgi* 4.)

13. Każda Ellipſa, iako ſię powiedziało *w Punkcie* 4. ma dwie oſi, iednę ze wſzyſtkich proſtych linii, ktore ſię w Ellipſie wzdłuż powieść mogą, naydłuższą, ktora też zowie ſię oś większa, (*axis maior*) drugą oś mnieyſzą, ktora ieſt krotſza. Tę dwie oſi, czyli Dyametry przecinaią ſię pionowo. Jnſze zaś Dyametry tym większe ſtaią ſię, im bliżſze ſą oſi większey, ktore zaś od teyże oſi rownie ſą oddalone, rowne ſą między ſobą. Tak w Ellipſie EGFH (*Figura* 26. *Tab.* 4.) Dyametry ML, NO rowne ſą.

14. Parameter Ellipſy ieſt linia proſta CA (*Fig.* 27. *Tab.* 4.) rowna cięciwie EL przechodzącey przez punkt odbicia O, y ieſt linią trzecią proporcyonalną między oſią większą CD, y oſią mnieyſzą UT. Wyraża ſię zaś linią CA wierzchołku oſi C pionowo tykaiącą. Oś więc mnieyſza w Ellipſie ieſt linią śrzednią proporcyonalną między oſią większą y Parametrem. A zatym czworgraniec doſkonały z oſi mnieyſzey UT, to ieſt: UMNT będzie rowny czworgrańcowi proſto-kątnemu z oſi większey CD, y z Parametru CA zrobionemu, to ieſt: czworgrańcowi CDBA.

15. Czworgraniec zaś proſto-kątny CDBA (*Fig. taż ſama*) z oſi większey CD y z Parametru CA zrobiony, zowie ſię Figurą oſi CD. (*Figura axis*) W tym proſto-kątnym czworgrańcu z oſi większey y z Parametru zrobionym, powiodłſzy linią po-

przeczną czyli Dyameter DA, ten zbiegnie się w punkcie G z linią OL, do tegoż punktu G, ieżeli tego potrzeba, pociągnioną, ktora to linia OP iest puł-cięciwie do dyametru CD. Z punktu takowego zbiegnienia G pociągnioną pionowo linią GH zamknięty czworgraniec prosto-kątny GC, rowny będzie czworgrańcowi doskonałemu z tegoż puł-cięciwia OP. A iako czworgraniec prosto-kątny CG, od czworgrańca CZ, z Parametru CA, y ze strzały CO zrobionego, mnieyszy iest małym czworgrańcem prosto-kątnym GA, ktory iest podobny całey Figurze osi CB, tak y czworgraniec doskonały z puł-cięciwia OP, tymże samym małym czworgrańcem GA mnieyszy będzie od czworgrańca CZ, z Parametru CA y ze strzały CO zrobionego. Ta iest własność każdey Ellipsy, od ktorey własności taż Figura Ellipsą, to iest: niedochodzącą (*deficiens*) iest nazwana, z przyczyny tey mnieyszości czworgrańca doskonałego z puł-cięciwia OP, od czworgrańca prosto-kątnego CZ, małym czworgrańcem GH.

16. Ellipsa ma dwa centra odbicia, czyli dwa Foki, te zaś są dwa punkta O y K (*Fig.* 27. *Tab.* 4.) na osi większey CD, rownie odległe od centru S, y od dwoch wierzchołkow C, D. Odległość zaś ich od końcow mnieyszey osi UT, to iest OU, albo KU rowna iest połowicy większey osi CS. Obydwa te centra odbicia czyli Foki, od wierzchołkow osi tak powinny bydź oddalone, ażeby puł-cięciwia OP, FK przez centra odbicia przechodzące, rowne były połowicy Parametru CA. To zaś nadewszystko w Ellipsie względem centrow odbicia uważać należy, że dwie linie proste z obydwoch

dwoch centrow odbicia czyli Fokow, do ktoregokolwiek punktu obwodu powiedzione, razem wzięte, zawſze rowne ſą całey oſi większey. Tak OE+EK=CD. OU+UK=CD. OF+FK=CD. Uważać powtore należy y to, że linia tykaiąca wierżchołku węgła z tychże linii przy obwodzie uformowanego, rowne powinna węgły czynić z temiż liniami od centrow odbicia do iednego punktu obwodu powiedzionemi, to ieſt: że węgieł IEO powinien bydź rowny węgłowi REK.

PROPOZYCYA I.

Krzywą linią Ellipſę zatoczyć. (*Fig.* 28. *Tab.* 4.)

Rozwiązanie I. Powiodłſzy linią proſtą BG, y obrawſzy na niey podług upodobania punkt A, z tegoż otwartością cyrkla AB odryſuy koło BCDE. *II.* Na teyże ſamey linii BG, wziąwſzy punkt drugi D, z tąż ſamą cyrkla otwartością odryſuy z niego drugie koło AFGH. *III.* Z punktow IK, gdzie ſię koła przecinaią, poprowadź linie proſte do obwodu koł obydwoch tak, ażeby przechodziły przez centra koł A y D, to ieſt: linie KAC, KDF, IAE, IDH. *IV.* Toż z punktu K, otwartością cyrkla KC, zatocz Łuk CF, y z punktu I tąż ſamą cyrkla otwartością zatocz Łuk EH. Tym ſpoſobem zrobiſz Ellipſę CFGHEB. Co było do zrobienia.

Wnioſek I. (*Figuura* 29. *Tab.* 4.) Gdyby zaś oś większa daleko dłuższą bydź miała od oſi mnieyſzey, tedy powiedź *nayprzod:* dwie linie pionowe, y przecinaiące ſię na połowę CD, BA. *Powtore:* Połowicę oſi większey CE podziel na trzy rowne części CF, FM, ME, y na takoweż trzy części rowne podziel drugą połowicę teyże oſi większey,

 to ieſt:

to ieſt: EN, NI, ID. *Potrzecie*: z centrow I y F, otwartością cyrkla ID = FC odryſowawſzy koła MKDL, HCGM, z końcow oſi mnieyſzey A, B pociągniy na obiedwie ſtrony proſte linie do przeciw-ległych obwodow przez centra odryſowanych koł przechodzące, to ieſt: AFG, BFH, tudzież AIK, BIL. *Nakoniec:* Poſtawiwſzy iednę cyrkla nogę w punkcie A, otwartością AG zatocz Łuk GBK, y podobnyż z punktu B, LAH z tąż ſamą cyrkla otwartością, a będzieſz miał zatoczoną podługowatſzą Ellipſę CBKLAH. Co było do zrobienia.

Wnioſek II. (*Figura* 30. *Tab.* 4.) Nayzręczniey zaś Ellipſę iakieykolwiek wielkości w ſpoſob naſtępuiący odryſuieſz: niech będą dane dwie linie AB y CD, z ktorey pierwſza oſią większą, druga mnieyſzą ma bydź Ellipſy, ktorą chceſz zatoczyć. Te dwie proſte linie niechay ſię przecinaią pionowo y na dwie rowne części w punkcie E. To gdy ſię ſtanie, wbiy dwa ćwieczki na oſi większey w punktach F y G tak, ażeby od centrum E rownie odległe były, tudzież od końcow większey oſi A, B, za ktore zadzierżgnąwſzy dwa końce nici tak długiey, y z takim ćwiekow wbitych ułożeniem, ażeby taż nić z punktow F, G, wyciągniona, tykała ſię punktualnie czterech końcow danych oſi A, C, B, D. Zażyi potym ołowka, lub piora, ktoremi za powodem nici tak wyciągnioney, znacząc w koło linią, odryſuieſz prawdziwą Ellipſę ACBD, Co było do zrobienia.

O PARABOLI.

17. *Parabola ieſt Figura Ziemiomiernicza, iedną linią krzywą, ktorey końce nie zchodzą ſię z ſobą,* tak

tak zaięta; że czworgrańce doſkonałe z puł-cięciw iey zrobione, rowne ſą czworgrańcom proſto-kątnym ze ſtrzał przez też puł-cięciwia odciętych, y z Parametru; Taka ieſt Parabola ABC (*Figura* 31. *Tab.* 4.) z ktorey puł-cięciwia (*ex ſemiordinata*) DE czworgraniec doſkonały DZ, rowny ieſt czworgrańcowi proſto-kątnemu DZ ze ſtrzały BD, przez tęż puł-cięciwię odciętey, y z Parametru BF zrobionemu. Strzały zaś czyli linie odcięte w Paraboli (*abſciſſæ*) BD, BI, tak ſię maią wproſt do ſiebie, iak ſię maią do ſiebie czworgrańce doſkonałe z puł-cięciw, tymże ſtrzałom korreſponduiących zrobione; to ieſt: iak ſię ma czworgraniec doſkonały DZ, do czworgrańca doſkonałego IQ. Ponieważ więc kwadrat doſkonały IQ do kwadratu doſkonałego DZ, ieſt w proporcyi dwoiſtey bokow, czyli puł-cięciw IK, y DE, te zaś czworgrańce doſkonałe, tak ſię maią do ſiebie, iak ſtrzały przez ich boki odcięte, idzie zatym, że y ſtrzały, czyli linie odcięte (*abſciſſæ*) BD, BI, będą do ſiebie w proporcyi dwoiſtey puł-cięciw DE, IK. Puł-cięciwia zaś BD, IK, będą w proporcyi poddwoiſtey tychże ſtrzał BD, BI, ponieważ w teyże ſamey poddwoiſtey proporcyi ſą względem kwadratow doſkonałych DZ, IQ z ſiebie zrobionych.

18. Parameter Paraboli ieſt proſta linia BF, tykaiąca pionowo punktu B, ktory ieſt wierżchołkiem oſi PB. Że zaś powiedziało ſię iuż w punkcie 8. iż Parameter Paraboli ieſt trzecią linią proporcyonalną do ſtrzały np. BD, y do korreſponduiącego iey puł-cięciwia DE, ztąd widocznie wypływa, co w punkcie poprzedzaiącym powiedziałem, że kwadrat doſkonały z puł-cięciwia np. DE zrobiony,

rowny

rowny ieſt czworgrańcowi proſto-kątnemu, ze ſtrzały BD, przez tęż puł-cięciwię odciętey, y z Parametru BF, a tak w Paraboli każde puł-cięciwie ieſt śrzednią linią proporcyonalną między ſtrzałą ſobie korreſponduiącą y Parametrem. Od tey tedy rowności, ktora zachodzi między czworgrańcem doſkonałym z puł-cięciwia, y między czworgrańcem proſto-kątnym ze ſtrzały iemu korreſponduiącey y z Parametru, Parabola nazwiſko ſwoie ma.

19. Co ſię tycze centru odbicia, czyli Foku, Paraboli, trzy ſzczegulniey rzeczy uważać potrzeba. *Nayprzod:* *że* ſprawiedliwa odległość centru odbicia D, od wierżchołku oſi B, ieſt czwarta część Parametru. *Powtore:* linia DE, ktora ieſt połową cięciwy przez centrum odbicia przechodzącey, rowna ieſt połowie Parametru DF. Cały bowiem Parameter, iakom wyżey wyłożył, nie rożni ſię od cięciwy przez centrum odbicia przechodzącey. Będą więc do ſiebie ſtrzała BD, puł-cięciwie DE, y Parameter BF, w ciągnioney proporcyi tak, iak ∺ 1. 2. 4. *Potrzecie:* nakoniec w Paraboli linia tykaiąca NM, rowne powinna formować węgły z linią *np.* DH, od centru odbicia do obwodu powiedzioną, y z linią HT, do tegoż ſamego punktu obwodu pociągnioną tak, ażeby była z oſią BP rowno-legła.

PROPOZYCYA II.

Parabolę gometrycznie założyć. (*Fig.* 32. *Tab.* 4.)

Rozwiązanie. Nayprzod: Powiodłſzy proſtą linią AB, a od śrzodka iey poſtawiwſzy linią pionową FG, weź po dwa razy na iey miarę z obydwoch ſtron linii AB, zaczynaiąc od centru odbicia F linie ET, FA, FT, TB; tym ſpoſobem linia AB ſtanie ſię

cztery

cztery razy większa od linii FG, a tak punkt F będzie centrem odbicia, czyli Fokiem, punkt G wierżchołkiem osi; cięciwa AB miarą Parametru, puł-cięciwie FB śrzednią linią proporcyonalną między tymże Parametrem y strzałą, czyli linią odciętą FG. *Powtore:* Odległość wierżchołku od centru odbicia, to iest linią FG, y rowną iey linią AT, na cięciwie AB, podziel na tyle części, ile zechcesz, (*ia teraz dzielę na sześć*) y liczby popisz tak, iak wyrażone są na Figurze, a na linii FG przez wszystkie dzielenia punkta 1. 2. 3. 4. 5. 6. poprowadź według upodobania linie rzędowe, czyli cięciwy. *Potrzecie:* postawiwszy iednę cyrkla nogę na centrze odbicia F, drugą zaś zaiąwszy otwartość FO, miarę tę z obydwoch stron osi naznacz na linii rzędowey pod liczbą 1. w punktach C, C. Toż potym uczyń na drugiey linii rzędowey otwartością cyrkla FN, znacząc ią w punktach D, D, a otwartością cyrkla FM trzecią linią rzędową przecinaiąc w puktach E, E, w tenże sam sposob biorąc od centru odbicia F dalsze podzielić punkta FL, FK, y odległość ich znacząc z obydwoch stron osi na następuiących liniach rzędowych; te będziesz miał punktami przecięcia zupełnie wymierzone do Paraboli, ktorą rysuiesz. A ieżeli tęż Parabolę daley ieszcze za centrum odbicia chcesz pociągnąć, przyday na cięciwie AB, przez toż centrum odbicia przechodzącey, y na osi za cięciwą, więcey ieszcze cząstek rownych tym, na ktore strzała iest podzielona, to iest 7. 8. &c. a otwartość cyrkla od centru odbicia F, do liczby 7. toż do liczby 8. położ z obydwoch stron osi za cięciwy RR, SS, przez naznaczone na osi liczby 7. y 8.

prze-

przechodzące, y tak daley. *Poczwarte:* Nakoniec wſzyſtkie punkta na liniach rzędowych poznaczone, połączywſzy liniami krzywemi, to ieſt z punktu H, zatoczywſzy łuk CGC, z punktu naſtępuiącego I, łuczki DC, CD, a z punktow dalſzych łuczki ED, DE, PE, EP, *&c.* będzieſz miał geometrycznie uformowaną Parabolę AGB. Co było do okazania.

Wnioſek. Można ieſzcze Parabolę odryſować inſtrumentem bardzo proſtym w ſpoſob naſtępuiący. (*Fig.* 33. *Tab.* 5.) *Nayprzod:* Połoz na płaſzczyznie, gdzie maſz ryſować Parabolę linią BC, y węgielnicę (*normam*) GDO, tak: aby ieden węgielnicy bok DG, dotykał ſię wzdłuż teyże linii. *Powtore:* wziąwſzy nić FMO, tak długą, iak długi ieſt drugi bok węgielnicy DO, zadzierżgniy ieden oneyże koniec na końcu tegoż boku węgielnicy O, z kraiu DO, drugi zaś w ktorymkolwiek punkcie płaſzczyzny między bokami linii y węgielnicy BD, DO, ſzpilką przybiy, *np.* w punkcie F. *Potrzecie:* poſunąwſzy na punkt, od ktorego chceſz linią zataczać, *np.* na punkt X, węgielnicę DO, iedną ręką też węgielnicę powoli pomykay ku punktowi F, zawſze wzdłuż linii B, drugą zaś wziąwſzy ołowek, z tąż ſamą proporcyą nić zacząwſzy od punktu O, wzdłuż boku węgielnicy DO wyciągay, tym ſpoſobem: gdy węgielnicę doprowadziſz do punktu F, odryſuieſz linią krzywą AMX, ktora będzie połową Paraboli.

Obrociwſzy potym węgielnicę na drugą ſtronę punktu F, y zaczynaiąc od punktu Z w rowney odległości iak X, od oſi a F będącego; tymże ſamym ſpoſobem odryſuieſz drugą połowicę Paraboli ZAX. Co było do zrobienia.

PRZY-

Przypisek. *Że zaś obszernieyszą iaką część Paraboli, tak geometrycznie przez linie, iako y po prostu sposobem dopiero wyrażonym bardzo trudno byłoby oznaczyć, nie od rzeczy więc będzie, gdy podam sposob tegoż samego przez liczby uczynienia. Tym końcem niechay będzie.*

PROPOZYCYA III.

Kawał znaczny Paraboli na zwierciadła palące przez liczby wymierzyć. (*Fig.* 34. *Tab.* 5.)

Rozwiązanie. I. Poprowadź linią prostą BG podzieloną na tyle części, ile się podoba, *np.* na części 80. y w punkcie C, też linią przetniy pionowo, odcinaiąc na niey, ile zechcesz rownych cząstek, na ktore cała linia BG iest podzielona, *np.* cząstek 4. zostanie się zatym na części większey CG, takowychże cząstek 76. II. Tym sposobem punkt B, będzie wierżchołkiem Paraboli, ktorą formuiesz, a linia BG będzie oneyże Parametrem od części ośmiudziesiąt, ktorey czwarta część BH, mieszcząca w sobie części 20. wskaże ci centrum odbicia w punkcie H. Ta bowiem iest własność Paraboli, że odległość strzały od wierżchołku osi do centru odbicia, iest czwartą częścią Parametru. III. Nakoniec na linii BC, przez punkta podziału poprowadź linie pionowe, czyli puł-cięciwia CA, DU, IO, MN, a miary ich doydziesz przez liczbę w sposob następuiący.

Nayprzod. Linią BC = 4. zmultyplikowawszy przez całą linią BG = 80. wypadnie ci czworgraniec prosto-kątny GBCB = 320. Zkąd wyciągniona ściana kwadratu doskonałego 17. + $\frac{9}{10}$. wskaże ci puł-cięciwię (*semiordinatam*) AC. Gdyż iako się

rzekło

rzekło w punkcie 18. w Paraboli czworgraniec doſkonały y każdego puł-cięciwia, rowny ieſt czworgrańcowi proſto-kątnemu ze ſtrzały przez tęż puł-cięciwię odciętey, y z Parametru zrobionemu.

Powtore. Jak ſię ma ſtrzała BC = 4. do czworgrańca doſkonałego CA = 320. tak powinna ſię mieć ſtrzała BD = 3. do czworgrańca doſkonałego DU = 240. z tych ściana czworgrańca wyciągniona $15 + \frac{5}{10}$. wſkaże ci miarę puł-cięciwia DU.

Potrzecie. Jak ſię ma ſtrzała BC = 4. do czworgrańca doſkonałego AC = 320. tak ſtrzała BI = 2. do czworgrańca doſkonałego IO = 160. Ktorey liczby ściana czworgranna $12 + \frac{7}{10}$. ieſt miarą puł-cięciwia IO.

Poczwarte. Nakoniec iak ſię ma ſtrzała BC = 4. do czworgrańca doſkonałego AC = 320. tak ſię mieć będzie ſtrzała BM = 1. do czworgrańca doſkonałego MN = 80. z tey zaś liczby wyciągniona ściana czworgranna 9. ieſt miarą puł cięciwia MN. W Paraboli bowiem, iak ſię ma iedna ſtrzała do czworgrańca doſkonałego z puł cięciwia, przez ktore ieſt odcięta, tak ſię ma każda inna ſtrzała do czworgrańca doſkonałego z puł-cięciwia ſobie korreſponduiącego. Co było do zrobienia.

Wnioſek. Nayłatwiey zaś zatoczyſz Parabolę, kiedy Kon drewniany ſztuką tokarſką wyrobiony przeciąwſzy na formę Paraboli, płaſzczyznę tego przecięcia ołowkiem lub piorem obwiedzieſz.

O HYPERBOLI.

20. *Hyperbola ieſt Figura Ziemiomiernicza iedną linią krzywą, ktorey końce nie zchodzą ſię z ſobą, tak zaięta, że w niey czworgraniec doſkonały z każdego*

żdego puł-cięciwia np. z puł cięciwia DS, tak ſię ma do czworgrańca doſkonałego z drugiego puł-cięciwia EF, iak ſię ma czworgraniec proſto-kątny ND WU, z oſi zawroconey (ex axe tranſverſo) NA, z przydatkiem AD, y ze ſtrzały AD = DW zrobiony. do czworgrańca proſto-kątnego NEQZ, z teyże oſi NA + AE, y ze ſtrzały AE = EQ zrobionego. To ieſt: w każdey Hyperboli tak ſię ma DILS do DRXO, iak ſię ma NDWU do NEQZ. (*Figura* 35. *Tabella* 5.)

21. Hyperbole przeciw-ległe (*Hiperbolæ oppoſitæ*) ſą, ktore z iednakowego przecięcia dwoch Konow wierżchołkami do ſiebie obroconych, ſtaią ſię, iakie ſą: NUX, RAD, (*Fig.* 36. *Tab.* 5.) centrum Hyperbol przeciw-ległych ieſt punkt m, w ſamey połowie oſi VA. Ponieważ zaś żadney Hyperboli nie maſz, ktoreyby druga wierżchołkiem przeciw-legła powiedziona bydź nie mogła, na tym fundamencie oś y centrum przeciw-ległych Hyperbol nazywa ſię także oſią y centrem każdey Hyperboli poiedynczo nawet wziętey, bez wſzelkiey relacyi do drugiey wierżchołkiem przeciw-legiey. Tak linia proſta NA (*Fig.* 35. *Tab.* 5.) ieſt oſią zawroconą (*axis tranſverſus*) Hyperboli CAB, a centrem punkt m, na ſamym śrzodku teyże linii będący.

22. Oś więc prawdziwa Hyperboli (*axis determinatus Hiperbolæ*) ieſt linia proſta AU, (*Fig* 36. *Tab.* 4.) ktorey miarą ieſt odległość wierzchołku przecięcia na Hyperbolę iednego Konu, od wierżchołku przecięcia w tenże ſam ſpoſob Kona drugiego, wierżchołkiem pierwſzemu przeciw-ległego, iaka ſię pokazuie bydź linia AU, przez tey oſi

cen-

centrum, czyli sam śrzodek m, gdy powiedziona będzie pionowo poprzeczna linia PQ, zowią ią osią mnieyszą, (*axis minor*) obiedwie zaś osi razem wzięte, zowią się osi złączone. (*axes coniugatæ*) *Figura* 35. *Tabella* 5.

23. Parameter Hyperboli iest linia AG (*Figura* 35. *Tabella* 5.) wierzchołku Hyperboli pionowo tykaiąca, a względem linii w Hyperboli rzędowych rowno-legła. Takowy Parameter w Hyperboli tak się mieć powinien do osi większey AN, iak się ma kwadrat doskonały DILS do czworgrańca prosto-kątnego DNUW. Powiedziałem iuż wyżey w punkcie 8. że Parametra w Hyperboli miarą iest linia rzędowa, czyli cięciwa przez centrum odbicia przechodząca. Tenże Parameter iest linią śrzednią proporcyonalną między osią większą AN, y osią mnieyszą PQ. Rowno zaś iak w Ellipsie, tak y w Hyperboli czworgraniec prosto-kątny NG z osi większey y z Parametru zrobiony, zowie się Figurą osi. (*Figura axis transversi*) W tym czworgrańcu powiodłszy linią poprzeczną NM od wierzchołku osi większey NA, przez koniec Parametru G, czworgraniec prosto-kątny DG, z tegoż Parametru y ze strzały DA zrobiony, ani rowny iest czworgrańcowi doskonałemu z puł-cięciwia DS, teyże strzale korrespondującego zrobionemu, iak w Paraboli, ani od niego większy, iak w Ellipsie, ale mnieyszy, małym czworgrańcem prosto-kątnym GH, ktory całey Figurze osi NG iest podobny. W ten czas więc dopiero gdy Parameter AG powiększony będzie linią GY, czworgraniec AH, z tegoż Parametru tak powiększonego, y ze strzały DA zrobiony, rowny będzie czworgrańcowi doskona-

ſkonałemu z puł-cięciwia DS. Y dla tego naddania Parametru ta Figura rzeczona ieſt Hyperbola, to ieſt przechodząca miarę. (*excedens.*)

24. Punkta F, f, (*Fig.* 36. *Tab.* 5.) ſą centra odbicia, czyli Foki Hyperbol wierżchołkiem przeciwległych, ktore w ten ſpoſob wyznaczone bydź maią, ażeby linia FN powiedziona od iedney Hyperboli foku F, do ktoregokolwiek punktu Hyperboli drugiey npr: do punktu N, linią fN, z foku drugiey Hyperboli f, do tegoż punktu N powiedziona, przewyżſzała całą oſią więkſzą AU. Odległość zaś centru odbicia w Hyperbolach od centru oſi więkſzey, rowna ieſt linii AQ, (*Fig.* 35. *Tab.* 5.) łączącey końce oſi więkſzey y mnieyſzey.

25. Jeżeli od centru oſi C, (*Fig.* 36. *Tab.* 5.) linie proſte CX, CY, tak powiedzione będą, aby z Parametru wierżchołkiem Hyperboli na obiedwie ſtrony pociągnionego, między tymże wierżchołkiem, a ſwoim przecięciem zaymowały linie rowne połowicy oſi mnieyſzey, takowe linie, gdyby y naydaley wzdłuż pociągnione były, zawſze wprawdzie do obwodu Hyperboli DAR przechylać ſię będą, nigdy iednak nie zniydą ſię z nim. Tego gatunku linie u Geometrow zowią ſię *Aſymptoti.*

PROPOZYCYA IV.

Podług przecięcia na Hyperbolę danego Konu, tęż Hyperbolę na papierze odryſować. (*Fig.* 37. *Tab.* 5.)

Rozwiązanie. Niechay będzie dany Kon ABC, ktorego na Hyperbolę przecięcie ieſt GF. Powiedź *nayprzod* proſtą linią GK rowno-ległą względem bazy BC, ta przetnie pionowo w punkcie T, oś AI. *Powtore:* część oſi TI podziel, na ile chceſz

 rownych

rownych części, a przez punkta podziału poprowadź linie proſte ML, ON, QP, SR, wſzyſtkie z bazą rowno-ległe, z punktow zaś, w ktorych przecinaią oś, odryſuy puł-koła LIM, NXO, PUQ, RZS, BHC, tak: ażeby ich dyametrami były też ſame linie ML, ON, QP, SR, z bazą rowno-ległe. *Potrzecie:* na tych wſzyſtkich rowno-ległych liniach przez punkta przecięcia powiedzionych oznaczyſz puł-cięciwia Hyperboli, ieżeli z punktow D, E, O, Q, F, przez ktore przecięcie Hyperboli GF przechodzi, do obwodu koł odryſowanych powiedzieſz linie pionowe względem oſi rowno-ległe, to ieſt: DY, EX, OU, QZ, FH, tym ſpoſobem mieć będzieſz puł-cięciwia do Hyperboli, ktorą ryſuieſz.

To uczyniwſzy, powiedź na oſobney karcie linią proſtą HD, wielkości nieoznaczoney, na ktorey poſtawiwſzy linią pionową FG rowną przecięciu Konu FG, y podzieliwſzy ią na tyle rownych części, na ile części podzieliłeś część osi TI, przez wſzyſtkie podziału punkta powiedź linie proſte względem linii HD rowno-ległe. Potym wygotowane iuż puł-cięciwia DY, EX, OU, QZ, FH, naznaczywſzy z obydwoch ſtron oſi FG na powiedziozych liniach, względem linii HD rowno-ległych, to ieſt DY, EX, OU, QZ, FH, punkta G, Y, X, U, Z, H, połącz liniami krzywemi z obydwoch ſtron, a będzieſz miał odryſowaną regularną Hyperbolę HGD, przecięciu na Hyperbolę danego Konu ABC rowną. Co było do zrobienia.

O ſławnieyſzych innych liniach krzywych.

26. Procz linii krzywych, ktore ſię z rozmaitego przecięcia Konu formować zwykły, y o ktorych

rych dotąd mowiliśmy, ſą ieſzcze inne z rożnego założenia brył, lub Figur płaſkich ſwoy początek biorące. Niektore tu tylko znacznieyſze wymienię, o ktorych częſtſza u Geometrow wzmianka bywa. Te zaś ſą: Cykloida, Logiſtyka, Spiralna, Cyſſoida, Konchoida y Kaſſynoida, każdą w ſzczegulności z niektoremi ich własnościami krotko opiſzę.

CYKLOIDA.

27. Kiedy więc kula albo koło AEB (*Fig.* 38. *Tab.* 5.) wzdłuż linii proſtey DF tak długo iednoſtaynym tokiem prowadzone będzie, aż punkt D, ktorym taż kula wſpierała ſię o linią DF, odbywſzy cały obwodu kołowego obrot ſtanie na punkcie F teyże linii DF, linia krzywa, ktorą tenże punkt zaczynaiąc od D, w biegu ſwoim przez punkta d, d, d, d, *&c.* na powietrzu formuie, to ieſt linia DdF zowie ſię Cykloida czyli Trochoida, (*Cyclois, vel Trochois*) takowa linia w wielkim używaniu ieſt do zegarow z perpendykułami, za iey bowiem pomocą iednoſtayne y rowne zawſze odbicia w ruchu ſwoim też perpendykuły maią. Tymże ſamym tokiem kuli, lub koła AEB formuie ſię druga linia krzywa ldai, w obwodzie Cykloidy zamknięta, y zowie ſię Trochoidy towarzyſzka. (*Trochoidis Comes*) Ta zaś nie rożni ſię od ſamey Cykloidy w punkcie wierzchołku d przeciętey, y obwodem ſwoim na wywrot obroconey tak, ażeby pukta d, d, leżały na punktach a, i, koło, z ktorego regularnego toku formuie ſię Cykloida, zowie ſię u Geometrow (*circulus genitor.*) Linia proſta DF, po ktorey toż koło całym okręgiem ſwoim raz ſię zatacza, baza Cykloidy. Dyameter koła ED,

Oś Cykloidy. Z ſamego zaś zatoczenia tey linii krzywey, rzecz widoczna ieſt: że baza DF całemu obwodowi koła, połowa bazy DC, połowie obwodu tegoż koła, Łuk df części bazy ſobie korreſponduiącey Df, rowne ſą.

LOGISTYKA.

28. Jeżeli linia proſta, czyli oś AB, (*Fig.* 39. *Tab.* 5.) na ilekolwiek rownych części AC, CD, DE, FI, &c. podzielona będzie, a od punktow A, C, D, będą powiedzione pionowo linie rzędowe, czyli cięciwy AF, CG, DH, EI, ktoreby były między ſobą w ciągłey proporcyi geometryczney, to ieſt: ∺ AF, CG, DH, EI. Linia krzywa, ktora przez punkta F, G, H, I, &c. ktoremi też linie rzędowe kończą ſię, powiedziona będzie, to ieſt linia FK, zowie ſię Logiſtyka, (*Logiſtica vel Logarythmica*) własność tey linii krzywey ieſt, że iey ſtrzały (*abſciſſæ*) ſą w proporcyi cięciw, przez ktore ſą odcięte, tak AD ma ſię do AE, iak ſię ma DH, do EI. Ponieważ zaś linie rzędowe CG, DH, EI, BK, &c. zmnieyſzaią ſię zawſze, gdy tym czaſem proporcya ſtrzał, czyli linii odciętych (*ratio abſciſſarum*) tymże cięciwom korreſponduiących coraz bardziey rośnie, to ieſt proporcya AF do EI, lub BK, rzecz więc oczywiſta ieſt, że Logiſtyka FK zbliża ſię zawſze do oſi ſwoiey AB, nigdy iednak z nią nie zbiegnie ſię. A zatym oś, czyli linia proſta AB, może ſię nazwać Aſymptotem, względem Logiſtyki FK.

Wężownica, czyli linia Spiralna.

29. Kiedy promień iakiego koła *nprz.* promień AE (*Fig.* 40. *Tab.* 5.) w koło powiedziony będzie

około nieruchomego centru E, punkt iego czyli koniec A, odryſuie obwod kołowy ABC. Biorąc zaś tak, iakoby tenże punkt A razem y koło centru ſwoiego E, y po promieniu AE ruchem proporcyonalnym poſuwał ſię, to ieſt: iakoby w ten czas, gdy ſtanąwſzy na punkcie B, trzecią część obwodu kołowego AB odprawi, przeſzedł także trzecią część AF danego promienia AE, y iakoby tymże ſamym daley ſpoſobem dwoiſty ſwoy bieg odprawiał, pokiby punkt A, odryſowawſzy kołowy obwod, na tymże ſamym mieyſcu A nie ſtanął, y pokiby oraz tenże ſam punkt A cały promień przeſzedłſzy, nie oparł ſię w centrze E, linia krzywa ADE tym dwoiakim ruchem, to ieſt cyrkularnym y proſtym do centru, z punktu A powiedziona, będzie wężownica, czyli ſpiralna. (*spiralis*)

30. Gdyby zaś zapęd ten, ktorym punkt A ku centrowi H dąży, (*Fig.* 41. *Tab.* 5.) nie był proporcyonalny zapędowi tegoż punktu obwod koła formuiącemu, lecz gdyby *nprz:* w ten czas, gdy punkt A trzecią część obwodu kołowego obeydzie, tenże ſam punkt nie przeſzedł więcey nad część ſzoſtą promienia, w zapędzie ku centrum H, a tak, gdyby dwa razy tym czaſem obwod koła obiegł, niżeli raz cały promień przeydzie, w ten ſpoſob uformowana wężownica, zwałaby ſię drugiego zatoczenia. (*secundæ revolutionis*)

PROPOZYCYA V.

W danym kole, lub na danym koła promieniu regularną wężownicę, czyli linią Spiralną zatoczyć, to ieſt: ażeby wſzyſtkie iey zawinienia rowno-odległe od ſiebie były. (*Figura* 42. *Tabella* 5.)

Rozwią-

Rozwiązanie. Niech będzie linia BC dyametrem danego koła. Tę przeciąwſzy na połowę w punkcie A, podziel promień AB, y promień AC, na tyle rownych części, ile razy chceſz mieć wężownicę zawinioną, *np*. na części trzy. Potym wziąwſzy za dyameter iednę część AD naybliżſzą centru A, odryſuy puł-koła AED. *Powtore:* wziąwſzy za dyameter części dwie, to ieſt DF, odryſuy puł-koła DGF. Toż na dyametrze ze trzech części FH, odryſowawſzy puł-koła FIH na dyametrze z części czterech KH, puł-koła HLK, na dyametrze z części piąciu KC, puł-koła KMC, a nakoniec na dyametrze z części ſześciu BC, odryſowawſzy puł-koło CNB, zatoczyſz wężownicę o trzech zawinieniach AGLNB. Co było do zrobienia.

Wnioſek. Gdy zaś więcey razy, lub mniey wężownicę zechceſz mieć zawinioną, tedy na więcey także lub mniey rownych części, promienie AC, AB, podzieliſz, y ſpoſobem dopiero podanym poſtąpiſz.

CYSSOIDA.

31. Jeżeli, wziąwſzy puł-koła ABC, (*Fig*. 43. *Tab*. 5.) y powiodłſzy pionowo do dyametru AC puł-cięciwia be, BE, pociągniemy puł-cięciwię BE do punktu G, z tą proporcyą, aby iak ſię ma puł-cięciwie EB do ſtrzały EC, tak ſię miała taż ſama ſtrzała EC, do EG, y ieżeli wſzyſtkie inne puł-cięciwia z tąż ſamą proporcyą na drugą ſtronę dyametru pociągniemy, aby iak ſię maią do ſtrzał ſobie korreſponduiących, tak też ſame ſtrzały miały ſię do części ich z drugiey ſtrony dyametru powiedzionych, tedy linia krzywa, ktora zacząwſzy od C, przez wſzyſtkie oſtatnie punkta cięciw

tak

tak powiękſzonych przechodzić będzie, to ieſt linia CGg, zowie ſię Cyſſoida, (*Ciſſois*) wynaleziona ieſt przez Dyokleſa Matematyka Greckiego. Dyameter koła (*circuli genitoris*) AC, zowie ſię bazą Cyſſoidy, linia zaś AL od oſtatniego punktu A dyametru AC, pionowo powiedziona, Aſymptot Cyſſoidy. Bo chociażby naydaley taż Cyſſoida, y linia AL powiedzione były, nigdy iednak z ſobą ſię nie zeydą.

Konchoida czyli Koncha.

32. Gdy do linii proſtey AB, (*Fig.* 44. *Tab.* 5.) z ktoregokolwiek punktu *np.* C powiedziona, będzie linia pionowa CE przecinaiąca tęż linią proſtą AB w punkcie D, y gdy z tegoż ſamego punktu C linie proſte, linią AB przecinaiące CE, CF, CG, CH, Cf, Cg, Ch, tak poprowadzone będą, aby wſzyſtkie ich ucinki za linią proſtą AB leżące, rowne ſobie były, to ieſt: DE = LF = MG = NH = lf = mg = mh; linia krzywa, ktora przez oſtatnie ich punkta, czyli końce h, g, f, E, F, G, H, pociągniona będzie, nazywa ſię Konchoida od Konchy, ktorey formę zdaie ſię wyrażać. Wynalazcą iey ieſt Nikomedes. Punkt C zowie ſię biegunem, (*polus*) a proſta AB linią. (*regula*) Ze zaś linie proſte, czyli ucinki (*segmenta*) LF, MG, NH, im bardziey od linii pionowey DE oddalaią ſię, tym bardziey z ukoſa idą, idzie zatym, że końce ich F, G, H, coraz bardziey do linii AB przybliżaią ſię, to ieſt: że linie pionowe FO, GP, HB, coraz ſą mnieyſze. Y Koncha więc, coraz więcey do linii będzie ſię przyſuwać, nigdy iednak, chociazby w naydłużſzą odległość pociągniona była, z nią nie zetknie ſię, gdyż między linią AB, a punktami Kon-

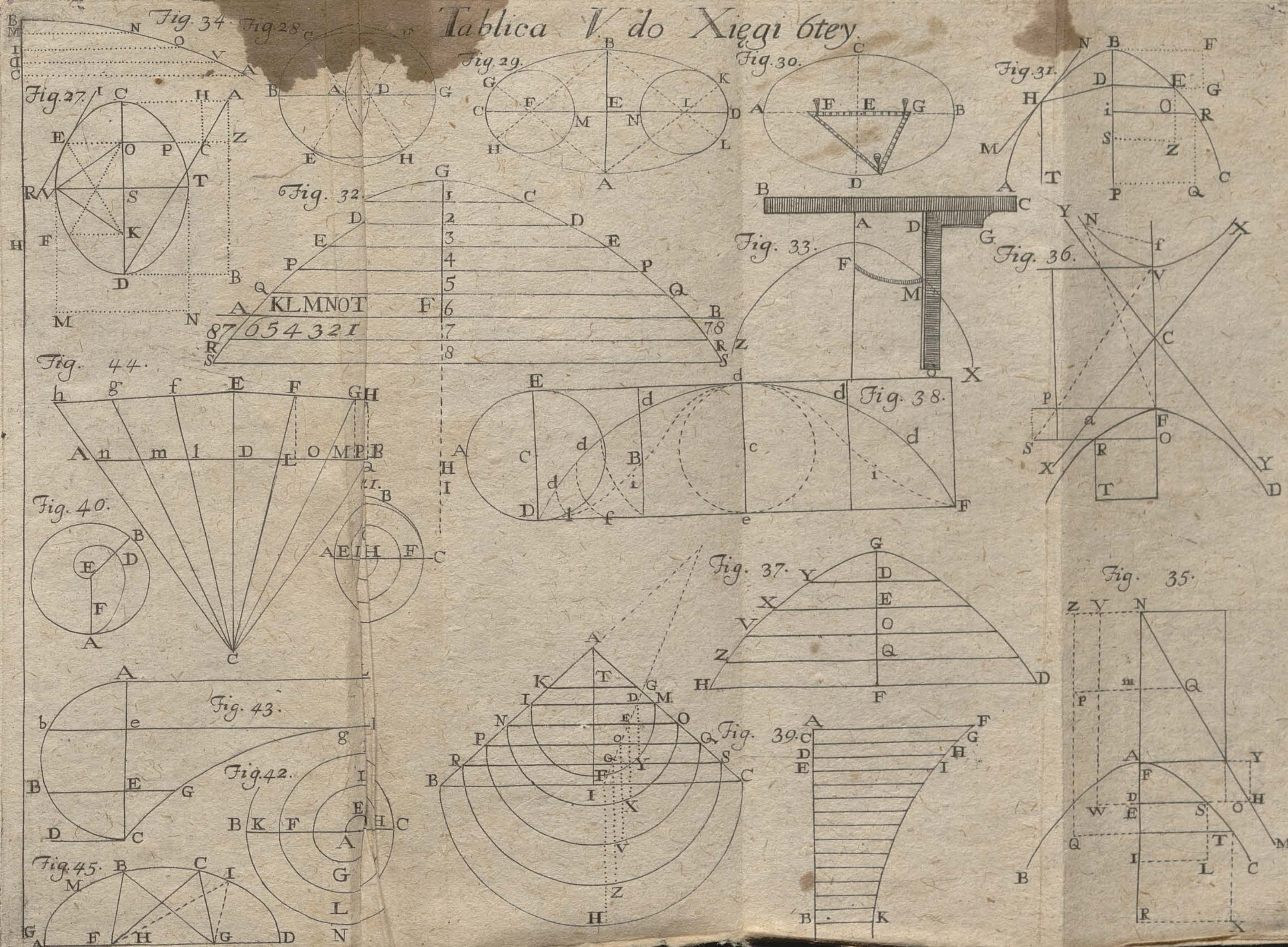
Konchoidy, zawſze ucinek iakiś linii od bieguna C powiedzioney, iako to NH, lub ktorykolwiek inny iemu podobny, zachodzić muſi.

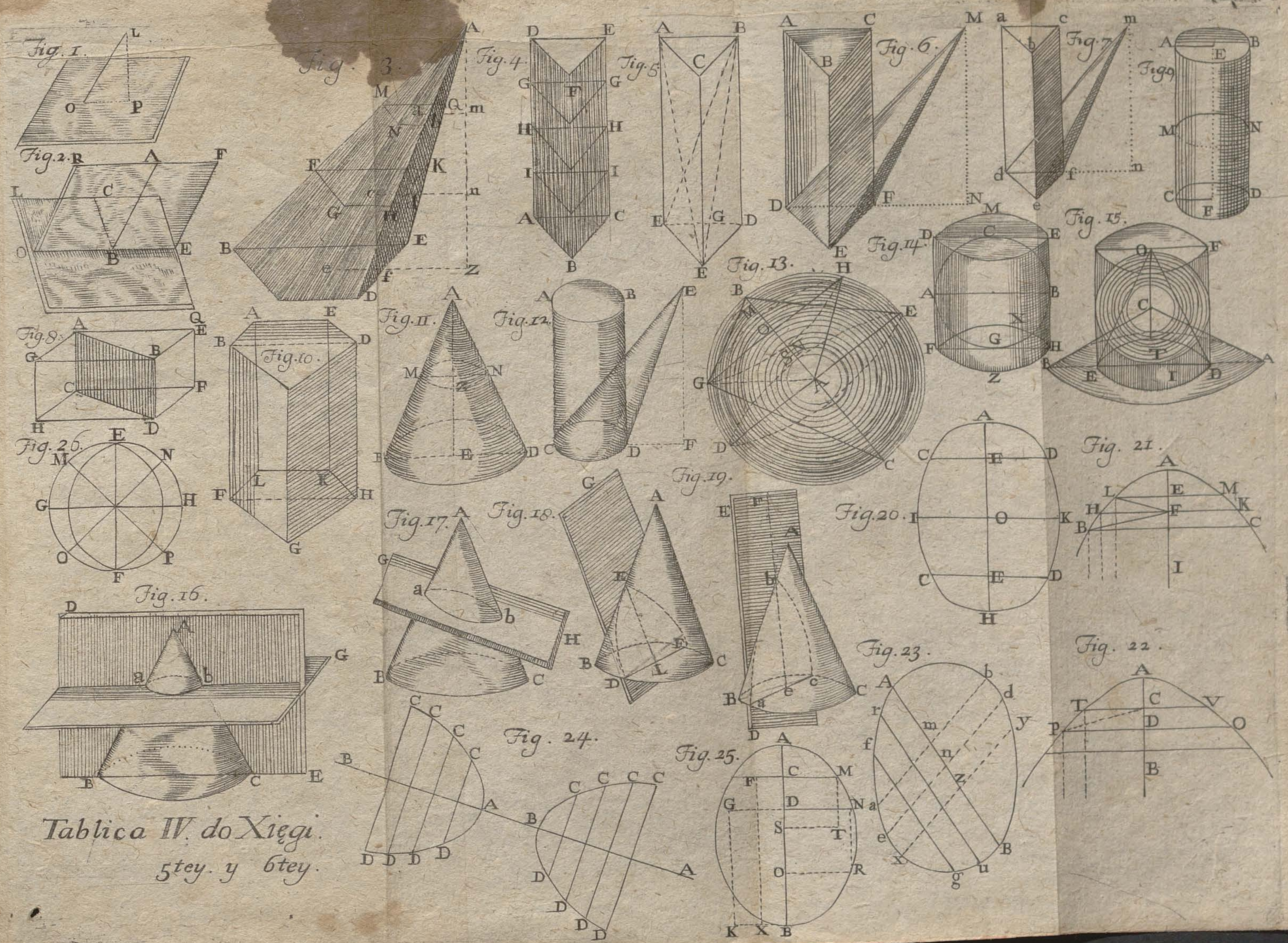
KASSYNOIDA.

33. Jeżeli na dyametrze AD (*Fig.* 45. *Tab.* 5.) linia krzywa AMBCID tym tokiem powiedziona będzie, że obrawſzy na tymże dyametrze punkta F, G, rowno-odległe od centru H, y powiodłſzy z nich do ktoregokolwiek na obwodzie punktu, linie proſte FB, GB, FC, GC, FI, GI; że mowię czworgrańce proſto-kątne, z dwoch takowych linii do iednego na obwodzie punktu zbiegaiących ſię, zawſze między ſobą rowne ſą; tedy takowa linia krzywa zowie ſię Kaſſynoida, (*Cassynois*) zawſze więc w Kaſſynoidzie tak ſię ma linia FB do linii FC, iak ſię ma linia CG do linii GB.

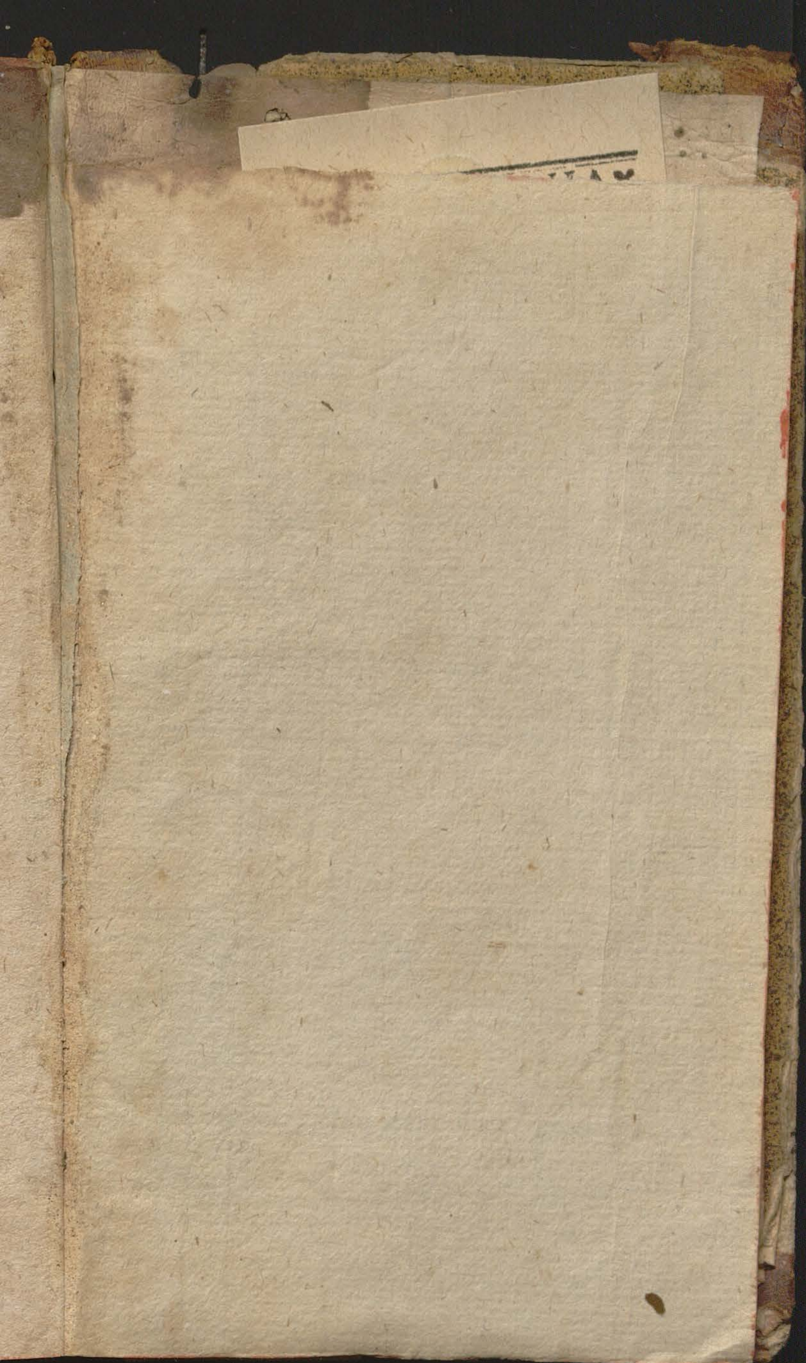
Koniec nauki o Ziemiomierniſtwie.




Tablica V do Xięgi 6tey
Fig. 34
Fig. 28
Fig. 29
Fig. 30
Fig. 31
Fig. 27
Fig. 32
Fig. 33
Fig. 36
Fig. 44
Fig. 38
Fig. 40
Fig. 37
Fig. 35
Fig. 43
Fig. 42
Fig. 39
Fig. 45



Tablica IV. do Xięgi 5tey. y 6tey.




Biblioteka Jagiellońska
stdr0016223

